



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
73^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
20 Οκτωβρίου 2012

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Να βρεθούν οι ακέραιοι x που είναι ρίζες της εξίσωσης $x(x-2) = 24$ και το τετράγωνό τους δεν είναι μεγαλύτερο του 25.

Πρόβλημα 2

Να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$K(\alpha, \beta) = \frac{\alpha^3 + \beta^3 - \alpha^2 + \beta^2 + (\alpha\beta + \beta^2)(\alpha - 2\beta)}{(\alpha + \beta)^2 - \alpha - \beta},$$

αν $\alpha + \beta \neq 0$ και $\alpha + \beta \neq 1$.

Πρόβλημα 3

Δίνεται η εξίσωση

$$x^2 + 2\lambda x + \lambda^2 - 1 = 0.$$

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου λ για τις οποίες η εξίσωση έχει δύο ρίζες μεγαλύτερες του -5 και μικρότερες του 2 και το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι ίσο με 20.

Πρόβλημα 4

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = \alpha$ και $AB = A\Gamma = 2\alpha$. Η παράλληλη ευθεία από την κορυφή Γ προς την πλευρά AB τέμνει την ευθεία της διχοτόμου $B\Delta$ στο σημείο E . Η ευθεία AE τέμνει την ευθεία $B\Gamma$ στο σημείο Z . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABZ είναι ισοσκελές.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*

Καλή επιτυχία!