



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
72^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΘΑΛΗΣ”
19 Νοεμβρίου 2011

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Να βρείτε τις ακέραιες λύσεις του συστήματος:

$$\left\{ \begin{array}{l} (x-10)(x^2-7x+10)=0 \\ \frac{x^2+1}{2} + \frac{2x-1}{5} < \frac{x(x+1)}{2} \end{array} \right\}.$$

Πρόβλημα 2

Να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$A(x) = \frac{1+x^4 + (1+x)^3 + x(1+x)^3}{1+x^2 + (1+x)^2} - \frac{2(1+x^3) + (1+x)^3}{3(x^2+1)}$$

Πρόβλημα 3

(α) Αν κ ακέραιος, να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\kappa x}{2} + \frac{x}{4} = \kappa(x+2) - \frac{3(\kappa x - 1)}{4}.$$

(β) Για ποιες τιμές του ακέραιου κ η παραπάνω εξίσωση έχει ακέραιες λύσεις;

Πρόβλημα 4

Δίνεται οξυγώνιο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Κύκλος με κέντρο την κορυφή A και ακτίνα $\rho < AB$ τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα σημεία E και Δ , αντίστοιχα. Οι ευθείες $B\Delta$, ΓE τέμνουν για δεύτερη φορά το κύκλο στα σημεία K , N αντίστοιχα. Αν T είναι το σημείο τομής των $B\Delta$, ΓE και S το σημείο τομής των ΔN , $E K$, να αποδείξετε ότι τα σημεία A , S και T βρίσκονται επάνω στην ίδια ευθεία.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*

Καλή επιτυχία!