

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
78^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
20 Ιανουαρίου 2018

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Αν x, y είναι πραγματικοί αριθμοί και οι αριθμοί $a_1 = x + y$, $a_2 = x^2 + y^2$ και $a_4 = x^4 + y^4$ είναι ακέραιοι, να αποδείξετε ότι και ο αριθμός $a_3 = x^3 + y^3$ είναι ακέραιος.

Πρόβλημα 2

Έστω $A = κ(κ+1)(κ+2)(κ+3)$ το γινόμενο τεσσάρων διαδοχικών θετικών ακέραιων.

- (α) Να αποδείξετε ότι ο A ισούται με το γινόμενο δύο διαδοχικών άρτιων ακέραιων.
(β) Είναι δυνατόν να είναι ο A ίσος με το τετράγωνο ενός ακέραιου;

Πρόβλημα 3

Σε ισοσκελές τραπέζιο $ΑΒΓΔ$ το άθροισμα των δύο μη παράλληλων πλευρών του ίσο με $4\sqrt{10}$ μέτρα, το ύψος του είναι ίσο με 6 μέτρα και το εμβαδόν του ισούται με 72 τετραγωνικά μέτρα. Αν το τραπέζιο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R , να υπολογίσετε το μήκος της ακτίνας R .

Πρόβλημα 4

Πόσοι εξαψήφιοι θετικοί ακέραιοι πολλαπλασιαζόμενοι με το 2007 δίνουν αποτέλεσμα που να λήγει σε 2008 ;

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*

Καλή επιτυχία!