



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
76^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
16 Ιανουαρίου 2016

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Δίνεται η αριθμητική πρόοδος $\alpha_1 = (2-x)^2$, $\alpha_2 = 2^2 + x^2, \dots$, όπου x πραγματικός αριθμός.

Να προσδιορίσετε:

(α) Το άθροισμα των n πρώτων όρων της.

(β) Την τιμή του n , ($n > 1$), για την οποία ο μέσος όρος των n πρώτων όρων της προόδου ισούται με το τετράγωνο μιας παράστασης του x , για κάθε πραγματικό αριθμό x .

Πρόβλημα 2

Να λυθεί στο σύνολο των πραγματικών αριθμών η εξίσωση

$$10x^3 - 6x^2 - 12x - 8 = 0.$$

Πρόβλημα 3

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ (με $AB < A\Gamma < B\Gamma$) και τα μέσα M, N των πλευρών AB και $A\Gamma$, αντίστοιχα. Ο κύκλος (c_1) έχει διάμετρο την AM και τέμνει τις $A\Gamma, MN$ στα σημεία Δ, E αντίστοιχα. Ο κύκλος (c_2) έχει διάμετρο την ΓN και τέμνει την $B\Gamma$ στο σημείο Λ . Η $E\Lambda$ τέμνει το κύκλο (c_1) στο σημείο Z . Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $Z\Delta N\Lambda$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

Πρόβλημα 4

Να προσδιορίσετε όλα τα ζεύγη θετικών ακεραιών (a, b) που είναι τέτοια ώστε ο αριθμός

$$\frac{a}{b} + \frac{17b}{36a} \text{ να είναι ακέραιος.}$$

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*

Καλή επιτυχία!