



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
72^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 21 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2012

Β' τάξη Λυκείου

Πρόβλημα 1

Να προσδιορίσετε τις τιμές της παραμέτρου $a \neq 0$ για τις οποίες η εξίσωση

$$\frac{1}{2a+ax} - \frac{1}{2x-x^2} = \frac{2a+6}{x^3-4x},$$

έχει δύο πραγματικές ρίζες με διαφορά 4.

Μονάδες 5

Πρόβλημα 2

Αν y ακέραιος και $x \in \mathbb{R}$, να προσδιορίσετε όλα τα ζευγάρια (x, y) που είναι λύσεις του συστήματος

$$\begin{cases} 1+y-|x^2-3x+1| > 0 \\ y-2+|x-2| < 0 \end{cases} \quad (\Sigma)$$

Να παραστήσετε γραφικά στο Καρτεσιανό επίπεδο Oxy , το σύνολο των σημείων $M(x, y)$, όπου (x, y) λύση του συστήματος (Σ) .

Μονάδες 5

Πρόβλημα 3

Δίνεται οξυγώνιο σκαληνό τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$, εγγεγραμμένο σε κύκλο $c(O, R)$. Η διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$ τέμνει τον κύκλο $c(O, R)$ στο σημείο M . Ο κύκλος $c_1(M, AM)$ τέμνει την προέκταση της $A\Gamma$ στο σημείο Δ . Να αποδείξετε ότι $\Gamma\Delta = AB$.

Πρόβλημα 4

Βρείτε όλες τις ρητές τιμές του x για τις οποίες είναι ρητός ο αριθμός $\sqrt{x^2+ax+b}$, όπου a, b ρητοί τέτοιτοι ώστε $a^2 < 4b$.

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ