



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
67ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ " Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ "  
ΣΑΒΒΑΤΟ, 20 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2007

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$  με  $\alpha < \beta < \gamma < \delta < \varepsilon$  και η παράσταση

$$K = \frac{\alpha|\delta - \gamma| + \alpha|\delta - \varepsilon| + \varepsilon|\beta - \alpha| + \varepsilon|\beta - \gamma|}{|\beta - \alpha| + |\beta - \gamma| + |\delta - \gamma| + |\delta - \varepsilon|}.$$

(i) Να αποδείξετε ότι:  $\beta < K < \delta$ .

(ii) Αν είναι

$$x = (\alpha + \beta)(\gamma + \delta), y = (\alpha + \gamma)(\beta + \delta), z = (\alpha + \delta)(\beta + \gamma),$$

να συγκρίνετε τους αριθμούς  $x, y, z$ .

2. Στο εσωτερικό τριγώνου  $AB\Gamma$  υπάρχει σημείο  $M$  τέτοιο ώστε  $\widehat{MB\Gamma} = \widehat{M\Gamma B}$  και πάνω στις  $MB$  και  $M\Gamma$  υπάρχουν σημεία  $\Delta$  και  $E$ , αντίστοιχα, έτσι ώστε  $A\Delta = AE$  και  $\widehat{MA\Delta} = \widehat{MAE}$ . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές.

3. Αν είναι  $x, y > 0$  και  $x^3 + y^2 \leq 64$ , να αποδείξετε ότι:

$$x^4 + y^3 < 512.$$

4. Έχουμε κέρματα και χαρτονομίσματα των 1, 10 και 100 ευρώ. Είναι δυνατόν με 1000 ακριβώς από αυτά να σχηματίσουμε το ποσό των 50000 ευρώ;

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

Καλή επιτυχία