



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
66^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
“Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
ΣΑΒΒΑΤΟ, 21 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2006

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Έστω ότι οι ακέραιοι αριθμοί α και $\alpha + 2$ είναι πρώτοι με $\alpha > 3$. Να αποδειχθεί ότι ο αριθμός $\alpha + 4$ είναι σύνθετος.
2. Οι αριθμοί α και β είναι θετικοί και ισχύει $\alpha + \beta = \lambda$. Να δεχθεί ότι

$$\frac{4}{3\lambda} \leq \frac{1}{\alpha+\lambda} + \frac{1}{\beta+\lambda} < \frac{3}{2\lambda} .$$

3. Έστω $AB\Gamma$ ένα σκαληνό τρίγωνο. Πόσα σημεία Δ υπάρχουν στο επίπεδο του τριγώνου τέτοια ώστε το τετράπλευρο με κορυφές τα σημεία A, B, Γ, Δ να έχει άξονα συμμετρίας διαφορετικό από πλευρά του τριγώνου;
4. Έστω A και B δύο μη κενά και ξένα μεταξύ τους σύνολα των οποίων η ένωση είναι το σύνολο $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Να αποδειχθεί ότι ένα τουλάχιστον από τα A και B περιέχει τουλάχιστον τη διαφορά δύο στοιχείων του.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ