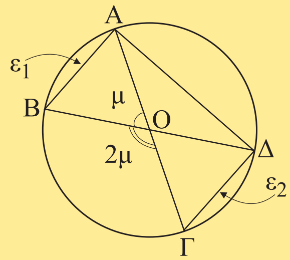
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Ερωτήσεις Κατανόησης

1. *Αντιστοιχίστε κάθε μέγεθος της στήλης Α με την τιμή του στη στήλη Β.*

Α	Β
Εμβαδόν κυκλικού δίσκου ακτίνας R	$2\pi R^2$
Εμβαδόν κυκλικού τομέα μ° (σε κύκλο ακτίνας R)	$\pi R^2 \dfrac{\mu}{180}$
Εμβαδόν κυκλικού τομέα α rad (σε κύκλο ακτίνας R)	πR^2
	$\dfrac{1}{2}\alpha R^2$
	$\pi R^2 \dfrac{\mu}{360}$

2. *Με βάση το παρακάτω σχήμα χαρακτηρίστε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) καθεμιά από τις παρακάτω ισότητες και αιτιολογήστε την απάντησή σας.*



i) $(O\overset{\frown}{AB}) = (O\overset{\frown}{\Gamma\Delta})$ Σ Λ

ii) $(O\overset{\frown}{B\Gamma}) = (O\overset{\frown}{\Delta A})$ Σ Λ

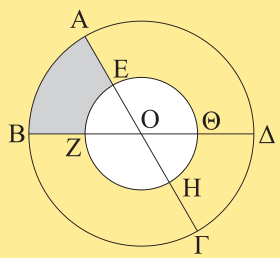
iii) $(O\overset{\frown}{B\Gamma}) = 2(O\overset{\frown}{AB})$ Σ Λ

iv) $(OA\Delta) = 2(OAB)$ Σ Λ

v) $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ Σ Λ

vi) $AB = \lambda_6$ Σ Λ

3. *Στο παρακάτω σχήμα υπάρχουν δύο ομόκεντροι κύκλοι με ακτίνες ΟΕ=R και ΟΑ=2R. Χαρακτηρίστε ως σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) καθεμιά από τις παρακάτω ισότητες και αιτιολογήστε την απάντησή σας.*



i) $\ell_{\overset{\frown}{AB}} = \ell_{\overset{\frown}{\Gamma\Delta}}$ Σ Λ

ii) $\ell_{\overset{\frown}{AB}} = \ell_{\overset{\frown}{EZ}}$ Σ Λ

iii) $\ell_{\overset{\frown}{AB}} = 2\ell_{\overset{\frown}{\Gamma\Delta}}$ Σ Λ

iv) (ΑΒΖΕ) = (ΓΔΘΗ) Σ Λ

Ασκήσεις Εμπέδωσης

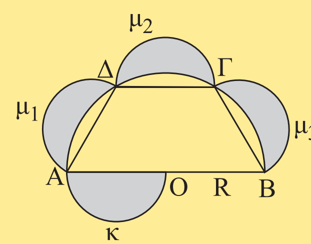
1. *Δίνεται κύκλος (O,R) και ισόπλευρο τρίγωνο εγγεγραμμένο σε αυτόν. Να βρεθεί το εμβαδόν του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου.*

2. *Δίνεται κύκλος (Κ) και τόξο του $\overset{\frown}{AB} = 60°$. Αν το τόξο $\overset{\frown}{AB}$ έχει μήκος 4π cm, να βρείτε το εμβαδόν του κύκλου (Κ).*

3. *Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ πλευράς α. Γράφουμε τα τόξα των κύκλων (Α, α), (Β, α) και (Γ, α) που περιέχονται στις γωνίες $\hat{A}$, $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του α την περίμετρο και το εμβαδόν του καμπυλόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ.*

4. *Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί ένα ημικύκλιο διαμέτρου ΑΒ=2R και εξωτερικά του τα ίσα ημικύκλια με διαμέτρους ΟΑ, ΑΔ, ΔΓ και ΓΒ. Αν (μ_1), (μ_2), (μ_3) είναι τα εμβαδά των τριών σχηματιζόμενων μηνίσκων και (κ) το εμβαδόν του ημικυκλίου, να αποδείξετε ότι*

$$(\mu_1)+(\mu_2)+(\mu_3)+(\kappa) = (AB\Gamma\Delta).$$

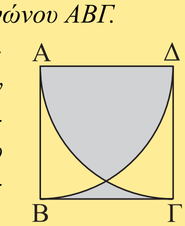


5. *Τρεις ίσοι κύκλοι ακτίνας R εφάπτονται εξωτερικά ανά δύο στα σημεία Α, Β και Γ. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του καμπυλόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ, ως συνάρτηση του R.*

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. *Δίνεται κύκλος (O,R) και ακτίνα του ΟΑ. Στην προέκταση της ΟΑ προς το Α παίρνουμε σημείο Β, ώστε ΟΑ = ΑΒ. Αν ΒΓ είναι το εφαπτόμενο τμήμα που άγεται από το Β προς τον κύκλο, να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ.*

2. *Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς α και τα τόξα $\overset{\frown}{B\Delta}$ και $\overset{\frown}{A\Gamma}$ των κύκλων (Α,α) και (Δ,α) αντίστοιχα. Να βρεθεί το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του τετραγώνου.*



3. *Δυο ίσοι κύκλοι ακτίνας R έχουν διάκεντρο ίση με $R\sqrt{2}$. Να βρεθεί το εμβαδόν του κοινού τους μέρους.*

4. *Δίνεται ένα ημικύκλιο διαμέτρου ΑΒ και στο εσωτερικό του τα ημικύκλια διαμέτρων ΑΓ και ΓΒ, όπου Γ σημείο της διαμέτρου ΑΒ. Η κάθετος της ΑΒ στο Γ τέμνει το αρχικό ημικύκλιο στο Δ. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται μεταξύ των τριών ημικυκλίων* ***(άρβυλος του Αρχιμήδη)*** *είναι ίσο με το εμβαδόν του κύκλου διαμέτρου ΓΔ.*

5. *Δίνεται κύκλος (O,R) και τόξο του $\widehat{AB} = 60°$. Να βρεθεί το εμβαδόν του εγγεγραμμένου κύκλου στον κυκλικό τομέα $O\widehat{AB}$.*

Σύνθετα θέματα

1. *Έστω τρίγωνο ΑΒΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο (O,R). Οι πλευρές ΑΒ και ΒΓ είναι αντίστοιχα πλευρές κανονικού εξαγώνου και ισόπλευρου τριγώνου εγγεγραμμένου στον κύκλο .Να υπολογισθούν:*

i) το μήκος της πλευράς ΑΓ,

ii) ο λόγος των εμβαδών του τριγώνου ΑΒΓ και του κύκλου (O,R)

iii) το εμβαδόν των τριών κυκλικών τμημάτων που ορίζονται από τις πλευρές του τριγώνου ΑΒΓ και περιέχονται στις αντίστοιχες κυρτές γωνίες.

2. *Δίνεται κύκλος (O,R). Με κέντρο τυχαίο σημείο του και ακτίνα την πλευρά του τετραγώνου του εγγεγραμμένου σε αυτόν, γράφουμε κύκλο. Να βρεθεί το εμβαδόν του κοινού μέρους των δύο κυκλικών δίσκων.*

3. *Δύο ίσοι κύκλοι ακτίνας R έχουν διάκεντρο ίση με $R\sqrt{3}$. Να βρείτε, ως συνάρτηση του R, το εμβαδόν του κοινού τους μέρους.*

4. *Δίνεται κύκλος (O, R) και μια διάμετρός του ΑΒ. Με κέντρο το μέσο Γ του ενός ημικυκλίου και ακτίνα ΓΑ γράφουμε κύκλο, ο οποίος ορίζει με το άλλο ημικύκλιο τον μηνίσκο, έστω μ. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του μ ισούται με το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.*