

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Ερωτήσεις Κατανόησης

1. Αντιστοιχίστε κάθε μέγεθος της στήλης A με την τιμή του στη στήλη B.

A	B
Μήκος κύκλου ακτίνας R	aR $2\pi R$
Μήκος τόξου μ° (σε κύκλο ακτίνας R)	$\frac{\pi R \mu}{360}$ $2aR$
Μήκος τόξου $a\text{rad}$ (σε κύκλο ακτίνας R)	$\frac{\pi R \mu}{180}$

2. Το μήκος L τόξου, κύκλου ακτίνας R με χορδή l_6 είναι:

- α. $6R$ β. πR γ. $\frac{1}{3}\pi R$ δ. $2\pi R$ ε. $\frac{1}{3}R$

Κυκλώστε το γράμμα της σωστής απάντησης και αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Πάνω σε ευθεία ε θεωρούμε διαδοχικά τα σημεία A, B, Γ και Δ. Αν L_1, L_2, L_3 , και L είναι τα μήκη των κύκλων με διαμέτρους AB, BΓ, ΓΔ και ΑΔ αντίστοιχα να αποδείξετε ότι $L_1 + L_2 + L_3 = L$.

2. Να βρείτε το μήκος του εγγεγραμμένου κύκλου σε κανονικό εξάγωνο πλευράς 10cm.

3. Να βρεθεί το μήκος του τόξου που αντιστοιχεί στην πλευρά κανονικού 10-γώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας 5cm.

4. Όταν ένα ποδήλατο διανύει μια απόσταση, ο ένας τροχός του που έχει ακτίνα R κάνει ν στροφές, ενώ ο άλλος, που έχει ακτίνα ρ κάνει 2ν στροφές. Να αποδείξετε ότι $R = 2\rho$.

5. Δίνεται κύκλος (O, R) και τα διαδοχικά του σημεία A, B, Γ, ώστε να είναι $AB = R\sqrt{2}$ και $B\Gamma = R\sqrt{3}$. Να βρεθούν τα μήκη των τόξων \widehat{AB} , $\widehat{B\Gamma}$ και $\widehat{\Gamma A}$, ως συνάρτηση του R.

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. Με διάμετρο την ακτίνα OA ενός κύκλου (O, R) γράφουμε κύκλο (K) και από το O φέρουμε ημιευθεία που τέμνει τον κύκλο (O) στο Γ και τον κύκλο (K) στο Δ. Να αποδείξετε ότι τα τόξα $\widehat{A\Gamma}$ και $\widehat{A\Delta}$ έχουν ίσα μήκη.

2. Να αποδείξετε ότι το μήκος του κύκλου, που εφάπτεται σε δύο ομόκεντρους κύκλους, ισούται με το ημι-άθροισμα ή την ημιδιαφορά των μηκών αυτών, όταν αντίστοιχα ο κύκλος αυτός περιέχει στο εσωτερικό του ή όχι το μικρότερο κύκλο.

3. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $a = 13\text{cm}$, $\beta = 14\text{cm}$ και $\gamma = 15\text{cm}$. Να βρείτε το μήκος
i) του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου,
ii) του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου.

Σύνθετα Θέματα

1. Δίνεται ημικύκλιο (O,R) διαμέτρου AB. Με διαμέτρους τις AO και OB γράφουμε στο εσωτερικό του πρώτου ημικύκλια. Να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου, ο οποίος εφάπτεται των τριών αυτών ημικυκλίων, ως συνάρτηση του R.

2. Δίνεται τεταρτοκύκλιο O \widehat{AB} . Με διάμετρο την OA γράφουμε στο εσωτερικό του τεταρτοκυκλίου, ημικύκλιο και στη συνέχεια γράφουμε κύκλο (K) που εφάπτεται στο ημικύκλιο, στην πλευρά OB και στο τόξο \widehat{AB} . Να αποδείξετε ότι το μήκος του κύκλου (K) ισούται με το μήκος του τόξου AB.

3. Να βρείτε το μήκος της γραμμής ABΓΔEZ του παρακάτω σχήματος.

