

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

Ερωτήσεις Κατανόησης

1. Χαρακτηρίστε ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ) τις παρακάτω ισότητες, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

i) $\lambda_6^2 + \lambda_3^2 = \lambda_4^2$ Σ Λ

ii) $\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_6 = 3R(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})$ Σ Λ

iii) $a_3 + a_4 + a_6 = \frac{R}{2}(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})$ Σ Λ

2. Αν A, B, Γ, Δ διαδοχικά σημεία κύκλου (O, R) , ώστε $AB = R\sqrt{2}$, $B\Gamma = \lambda_{12}$ και $\Gamma\Delta = R$, να εξηγήσετε γιατί η $A\Delta$ είναι διάμετρος του κύκλου.

3. Αν A, B, Γ διαδοχικά σημεία κύκλου (O, R) , ώστε $\widehat{AB} = 120^\circ$ και $\widehat{B\Gamma} = 60^\circ$, η περίμετρος του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι:

α. $(3 + \sqrt{3})R$, β. $4R$, γ. $(\sqrt{2} + \sqrt{3})R$, δ. $(3 + \sqrt{2})R$.
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

κανονικού εξαγώνου, που είναι εγγεγραμμένα σε κύκλο (O, R) .

2. Κανονικό πολύγωνο έχει ακτίνα $R = 10\text{cm}$ και απόστημα $a_n = 5\sqrt{3}\text{cm}$. Να βρεθεί η πλευρά του λ_n και το εμβαδόν του E_n .

3. Κανονικό πολύγωνο έχει ακτίνα $R = 8\text{cm}$ και πλευρά $\lambda_n = 8\sqrt{2}\text{cm}$. Να βρεθεί το απόστημά του a_n και το εμβαδόν του.

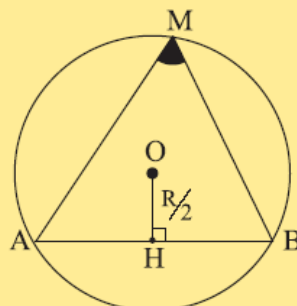
4. Σε κύκλο (O, R) παίρνουμε διαδοχικά τα τόξα $\widehat{AB} = 60^\circ$, $\widehat{B\Gamma} = 90^\circ$ και $\widehat{\Gamma\Delta} = 120^\circ$. Να υπολογισθούν ως συνάρτηση του R οι πλευρές και το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$.

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. Το άθροισμα των γωνιών ενός κανονικού πολυγώνου είναι 8 ορθές και το εμβαδόν του $6\sqrt{3}\text{cm}^2$. Να βρεθεί η ακτίνα του.

2. Σε κύκλο (O, R) και εκατέρωθεν του κέντρου του, θεωρούμε δύο παράλληλες χορδές του AB και $\Gamma\Delta$, ώστε $AB = R$ και $\Gamma\Delta = R\sqrt{3}$. Να υπολογισθούν οι μη παράλληλες πλευρές $A\Gamma$ και $B\Delta$ του τραπέζιου $AB\Delta\Gamma$, το ύψος του και το εμβαδόν του, ως συνάρτηση του R .

4. Στο παρακάτω σχήμα η γωνία M είναι:
α. 30° β. 45° γ. 50° δ. 60° ε. 75°
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.



Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του R το εμβαδόν ενός ισόπλευρου τριγώνου, ενός τετραγώνου και ενός

3. Να υπολογιστούν ως συνάρτηση του R η πλευρά λ_{12} και το απόστημα a_{12} ενός κανονικού 12-γώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο (O, R) .

4. Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του R το εμβαδόν ενός κανονικού δωδεκαγώνου, χωρίς να υπολογίσετε προηγουμένως την πλευρά και το απόστημά του.

Σύνθετα Θέματα

1. Δίνεται κύκλος (O, R) και χορδή του $\Gamma\Delta = \lambda_6$. Πάνω σε τυχαία ευθεία ε που διέρχεται από το κέντρο και εκατέρωθεν του O παίρνουμε σημεία A, B , ώστε $OA = OB = a_3$. Αν M το μέσο της $\Gamma\Delta$, να αποδείξετε ότι $MA^2 + MB^2 = \lambda_4^2$.

2. Από το σημείο A εκτός κύκλου (O, R) φέρουμε τέμνουσα $AB\Gamma$, ώστε $AB = B\Gamma$. Αν $OA = R\sqrt{7}$ να αποδείξετε ότι $B\Gamma = \lambda_3$ και στη συνέχεια να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AO\Gamma$.

3. Σε κύκλο (O, R) θεωρούμε τα διαδοχικά σημεία A, B, Γ , ώστε $AB = \lambda_6$ και $B\Gamma = \lambda_3$. Αν M το μέσο της $B\Gamma$ και Δ το σημείο που τέμνει η προέκταση της AM τον κύκλο, να υπολογίσετε, ως συνάρτηση του R , το τμήμα MA .

