ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. *Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ και ευθεία ε//ΒΓ, που τέμνει τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ στα Δ και Ε αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:*

i) (ΒΔΕ) = (ΓΔΕ), ii) (ΒΑΕ) = (ΓΑΔ),

iii) (ΒΑΕ) + (ΓΑΔ) = (ΑΒΓ), με την επιπλέον υπόθεση ότι τα Δ, Ε είναι μέσα των ΑΒ, ΑΓ αντίστοιχα.

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2. *Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ και σημείο Δ της πλευράς του ΒΓ, ώστε* $B\Delta = \frac{\lambda}{\lambda^2+4}B\Gamma$, $\lambda > 0$. *Να αποδείξετε ότι:*

i) $(AB\Delta) = \frac{\lambda}{\lambda^2+4}(AB\Gamma)$, ii) $(AB\Delta) \leq \frac{1}{4}(AB\Gamma)$,

iii) $(A\Gamma\Delta) \geq \frac{3}{4}(AB\Gamma)$.

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

3. *Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και η διχοτόμος του ΑΔ. Με τη θεωρία του εμβαδού να αποδείξετε ότι* $\frac{Β\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{ΑΒ}{Α\Gamma}$ *(Θεώρημα διχοτόμου).*

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

4. *Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\beta = 3\gamma$, ΑΔ μία διχοτόμος του και ΒΕ μία διάμεσός του. Να αποδείξετε ότι:*

i) $(ΑΒΔ) = \dfrac{1}{3}(ΑΔΓ)$,

ii) $(ΑΒΔ)\cdot(ΔΕΓ) = (ΑΔΓ)\cdot(ΒΕΔ)$,

iii) $(ΔΕΓ) = \dfrac{3}{8}(ΑΒΓ)$.

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

5. *Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ = 6cm και* $\hat{A} = 120°$.

i) Να βρεθεί το εμβαδόν του,

ii) Αν Ε είναι σημείο της ΑΓ τέτοιο, ώστε $AE = \frac{1}{3} A\Gamma$ *και ΑΔ το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ, να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΔΕΓ.*

iii) Αν η παράλληλη από το Α προς τη ΒΓ τέμνει την προέκταση της ΔΕ στο Ζ, να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΕΖ.

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

6. *Θεωρούμε τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΔ||ΒΓ) και τα μέσα Κ, Λ των ΑΔ, ΒΓ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:*

i) (ΑΒΛΚ) = (ΚΛΓΔ),

ii) (ΜΑΒ) = (ΜΓΔ), για οποιοδήποτε σημείο Μ του ΚΛ.

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

7. *Θεωρούμε ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 1 \llcorner$) με ΑΒ = γ. Διαιρούμε την πλευρά ΑΒ σε ν ίσα τμήματα (ν φυσικός, ν ≥ 2) και από τα σημεία διαίρεσης φέρουμε παράλληλες προς την ΑΓ.*

i) Να υπολογισθούν ως συνάρτηση του γ τα εμβαδά των ν σχημάτων στα οποία διαιρέθηκε το τρίγωνο ΑΒΓ.

ii) Χρησιμοποιώντας το (i) να αποδείξετε ότι

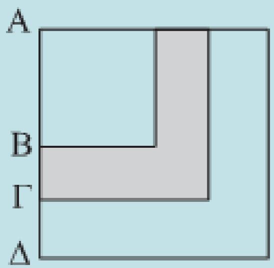
$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2\nu - 1) = \nu^2.$$

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

8. *Δύο τετράγωνα ΑΒΓΔ και ΔΕΖΗ έχουν κοινή την κορυφή Δ και εμβαδόν 36 το καθένα. Αν οι πλευρές ΒΓ και ΕΖ έχουν κοινό μέσο Μ, να βρεθεί το εμβαδόν του σχήματος ΑΒΜΖΗΔ.*

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

9. *Τρία τετράγωνα των οποίων τα μήκη των πλευρών είναι ακέραιοι αριθμοί, έχουν κοινή κορυφή Α και είναι τοποθετημένα το ένα πάνω στο άλλο, όπως δείχνει το σχήμα. Αν ΒΓ = ΓΔ και η γραμμοσκιασμένη περιοχή έχει εμβαδόν 17, να βρεθεί το εμβαδόν του μικρότερου και του μεγαλύτερου τετραγώνου.*



ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

10. *Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τρεις θετικοί αριθμοί* λ, μ, ν. *Να φέρετε δύο ευθείες παράλληλες προς τη ΒΓ που να χωρίζουν το τρίγωνο σε τρία μέρη ανάλογα των αριθμών* λ, μ, ν.

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

11. i) Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και εσωτερικό του σημείου Μ. Αν η ΑΜ τέμνει την ΒΓ στο Δ, να αποδείξετε ότι:

α) $\frac{B\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{(AMB)}{(AM\Gamma)}$, β) $\frac{M\Delta}{A\Delta} = \frac{(BM\Gamma)}{(AB\Gamma)}$,

ii) Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και εσωτερικό του σημείο Μ. Αν οι ευθείες ΑΜ, ΒΜ και ΓΜ τέμνουν τις πλευρές ΒΓ, ΓΑ και ΑΒ στα Δ, Ε και Ζ αντίστοιχα να αποδείξετε ότι

$$\frac{AE}{E\Gamma} + \frac{AZ}{ZB} = \frac{AM}{M\Delta}.$$