

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Έστω AB , $\Gamma\Delta$ δύο ευθύγραμμα τμήματα. Ικανή και αναγκαία συνθήκη, ώστε $AB \perp \Gamma\Delta$ είναι να ισχύει ότι $AG^2 - A\Delta^2 = B\Gamma^2 - B\Delta^2$.

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Αν $A\Delta$ είναι η διχοτόμος της γωνίας \hat{A} , να αποδείξετε ότι

$$AB \cdot A\Gamma = A\Delta^2 + B\Delta \cdot \Delta\Gamma.$$

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

3. Αν M είναι το μέσο της πλευράς $BΓ$ οξυγώνιου τριγώνου $ABΓ$ και $ΒΔ$ το ύψος του, να αποδείξετε ότι $AM^2 = BM^2 + AD \cdot AG$.

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

4. Θεώρημα Stewart

i) Έστω Δ σημείο της πλευράς $B\Gamma$, τριγώνου $AB\Gamma$. Να αποδείξετε ότι

$$B\Delta \cdot A\Gamma^2 + \Delta\Gamma \cdot AB^2 = B\Gamma (A\Delta^2 + B\Delta \cdot \Delta\Gamma).$$

ii) Να διατυπώσετε το θεώρημα Stewart όταν το $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ($AB=AG$).



ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

5. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\mu_\beta \perp \mu_\gamma$. Να

αποδείξετε ότι:

i) $\beta^2 + \gamma^2 = 5\alpha^2$,

ii) αν $A\Delta$ ύψος και H το ορθόκεντρο του τριγώνου $AB\Gamma$, τότε $AH \cdot A\Delta = 2\alpha^2$.

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

6. Σε οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε τη διάμεσο AM .
Αν Δ η προβολή του M πάνω στην AB να αποδείξετε
ότι $B\Gamma^2 = 3AB^2 + A\Gamma^2 - 4AB \cdot A\Delta$.

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

7. Δίνεται κύκλος (O,R) μια ακτίνα OA και χορδή $BΓ$ παράλληλη προς την OA . Να αποδείξετε ότι το άθροισμα $AB^2 + AΓ^2$ είναι σταθερό.

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

8. Δίνεται κύκλος (O, R) , μία διάμετρος AB και Γ, Δ τα μέσα των OA, OB αντίστοιχα. Αν μία χορδή $E\eta$ που διέρχεται από το Γ είναι $E\eta = \frac{\sqrt{13}}{2} R$, να αποδείξετε ότι $\widehat{E\Delta\eta} = 1\perp$.