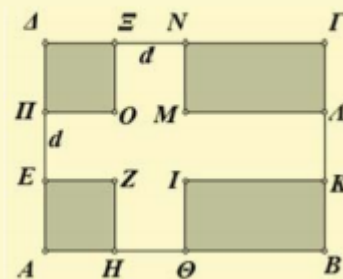


## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### Β' ΟΜΑΔΑΣ

- Δίνεται η εξίσωση  $a^2x^2 - 2a^3x + a^4 - 1 = 0$ , με  $a \neq 0$ .
  - Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης είναι  $\Delta = 4a^2$ .
  - Να δείξετε ότι οι ρίζες της εξίσωσης είναι οι  $\frac{a^2+1}{a}$  και  $\frac{a^2-1}{a}$ .
- Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - (5 - \sqrt{2})x + 6 - 3\sqrt{2} = 0$ .
  - Να δείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης είναι  $\Delta = (1 + \sqrt{2})^2$
  - Να δείξετε ότι οι ρίζες της εξίσωσης είναι οι 3 και  $2 - \sqrt{2}$ .
- Να βρείτε τις τιμές του  $a \in \mathbb{R}$  για τις οποίες η εξίσωση  $2x^2 + (a-9)x + a^2 + 3a + 4 = 0$  έχει διπλή ρίζα.
- Αν ο αριθμός  $\rho$  είναι η ρίζα της εξίσωσης  $ax^2 + bx + \gamma = 0$ , με  $a \cdot \gamma \neq 0$ , να δείξετε ότι ο αριθμός  $\frac{1}{\rho}$  είναι η ρίζα της εξίσωσης  $\gamma x^2 + bx + a = 0$ .
- Να λύσετε τις εξισώσεις:
  - $x + \frac{1}{a} = a + \frac{1}{x}$ ,  $a \neq 0$
  - $\frac{x}{a} + \frac{a}{x} = \frac{a}{\beta} + \frac{\beta}{a}$ ,  $a, \beta \neq 0$ .
- Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + 2\lambda x - 8 = 0$ 
  - Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ .
  - Αν η μια ρίζα της εξίσωσης ισούται με το τετράγωνο της άλλης, τότε να βρεθούν οι ρίζες και η τιμή του  $\lambda$ .
- Να εξετάσετε αν υπάρχουν διαδοχικοί ακέραιοι που να είναι μήκη πλευρών ορθογωνίου τριγώνου.
- Η σημαία του διπλανού σχήματος έχει διαστάσεις  $4m$  και  $3m$  αντιστοίχως. Να βρείτε πλάτος  $d$  του σταυρού, αν γνωρίζουμε ότι το εμβαδόν του είναι ίσο με το εμβαδόν του υπόλοιπου μέρους της σημαίας.



9. Μια κατασκευαστική εταιρεία διαθέτει δυο μηχανήματα A και B. Το μηχάνημα B χρειάζεται 12 ώρες περισσότερο από ότι το μηχάνημα A για να τελειώσει ένα συγκεκριμένο έργο. Ο χρόνος που απαιτείται για να τελειώσει το έργο, αν χρησιμοποιηθούν και τα δυο μηχανήματα μαζί είναι 8 ώρες. Να βρείτε το χρόνο που θα χρειαζόταν το κάθε μηχάνημα για να τελειώσει το έργο αυτό αν εργαζόταν μόνο του.
10. Είναι γνωστό ότι μια ρίζα της εξίσωσης  $x^4 - 10x^2 + a = 0$  είναι ο αριθμός 1. Να βρείτε το  $a$  και να λύσετε την εξίσωση.