
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

B' ΟΜΑΔΑΣ

1.
 - i) Να αποδείξετε ότι $\frac{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = 5 + \sqrt{6}$
 - ii) Αν $a, \beta > 0$ να αποδείξετε ότι
$$\frac{a\sqrt{a}-\beta\sqrt{\beta}}{\sqrt{a}-\sqrt{\beta}} = (a+\beta) + \sqrt{a\beta} .$$

2.
 - i) Να βρείτε τα αναπτύγματα των $(3+2\sqrt{7})^2$ και $(3-2\sqrt{7})^2$.
 - ii) Να αποδείξετε ότι: $\sqrt{37+12\sqrt{7}} - \sqrt{37-12\sqrt{7}} = 6$.

3.
 - i) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός $\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2$ είναι ρητός.
 - ii) Αν a θετικός ρητός, να αποδείξετε ότι ο $\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2$ είναι ρητός.

4. Να αποδείξετε ότι
 - i) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = 4$
 - ii) $\frac{1}{(2-\sqrt{3})^2} - \frac{1}{(2+\sqrt{3})^2} = 8\sqrt{3}$.

5. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο οι κάθετες πλευρές του είναι $AB = \sqrt{a}$ και $AG = \sqrt{\beta}$.
 - i) Να υπολογίσετε την υποτείνουσα $BΓ$ του τριγώνου.
 - ii) Με τη βοήθεια της τριγωνικής ανισότητας να αποδείξετε ότι:
$$\sqrt{a+\beta} < \sqrt{a} + \sqrt{\beta} .$$
 - iii) Για μη αρνητικούς αριθμούς a και β , να αποδείξετε ότι
$$\sqrt{a+\beta} \leq \sqrt{a} + \sqrt{\beta} .$$
 Πότε ισχύει η ισότητα;