

---

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

---

### A' ΟΜΑΔΑΣ

1. Να αποδείξετε ότι:
  - i)  $\alpha^2 + 9 \geq 6\alpha$
  - ii)  $2(\alpha^2 + \beta^2) \geq (\alpha + \beta)^2$
2. Να αποδείξετε ότι  $\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha + 1 \geq 0$ . Πότε ισχύει η ισότητα;
3. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς  $x$  και  $y$  σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις:
  - i) Av  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 0$
  - ii) Av  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$
4. Av  $4,5 < x < 4,6$  και  $5,3 < y < 5,4$ , να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή καθεμιάς από τις παραστάσεις:
  - i)  $x+y$
  - ii)  $x-y$
  - iii)  $\frac{x}{y}$
  - iv)  $x^2 + y^2$
5. Το πλάτος  $x$  και το μήκος  $y$  ενός ορθογωνίου ικανοποιούν τις ανισότητες  $2 < x < 3$  και  $3 < y < 5$ . Αν Αυξήσουμε το πλάτος κατά 0,2 και ελαττώσουμε το μήκος κατά 0,1, να βρείτε τις δυνατές τιμές:
  - i) της περιμέτρου
  - ii) του εμβαδού του νέου ορθογωνίου.
6. Av  $0 \leq \alpha < \beta$ , να δείξετε ότι  $\frac{\alpha}{1+\alpha} < \frac{\beta}{1+\beta}$ .
7. Να βρείτε το λάθος στους παρακάτω συλλογισμούς:  
Έστω  $x > 5$ . Τότε έχουμε διαδοχικά
$$x > 5$$
$$5x > 25$$
$$5x - x^2 > 25 - x^2$$
$$x(5-x) > (5+x)(5-x)$$
$$x > 5+x$$
$$0 > 5.$$