

ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ

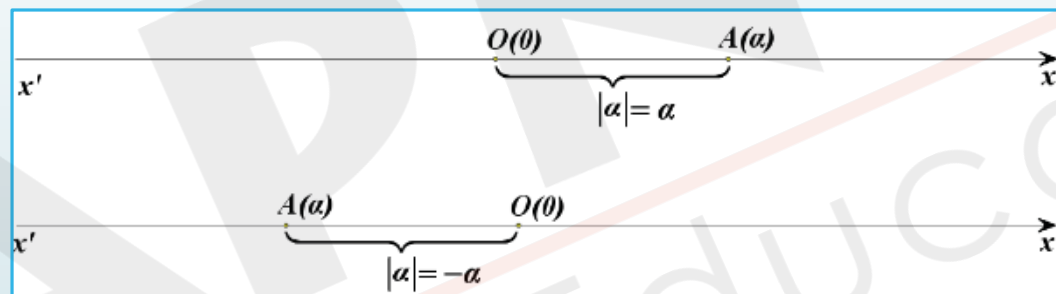
1^ο ΜΑΘΗΜΑ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ

ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ

- ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ ΜΕ ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ
- ΑΠΟΣΤΑΣΗ **2** ΑΡΙΘΜΩΝ
- ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΑΠΟΛΥΤΩΝ ΤΙΜΩΝ
- ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΜΕ ΑΠΟΛΥΤΑ
- ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΜΕ ΑΠΟΛΥΤΑ

Απλοποίηση παραστάσεων με απόλυτα

- Στηριζόμαστε στον ορισμό της απόλυτης τιμής:



$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

Απλοποίηση παραστάσεων με απόλυτα – Ασκήσεις

- Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

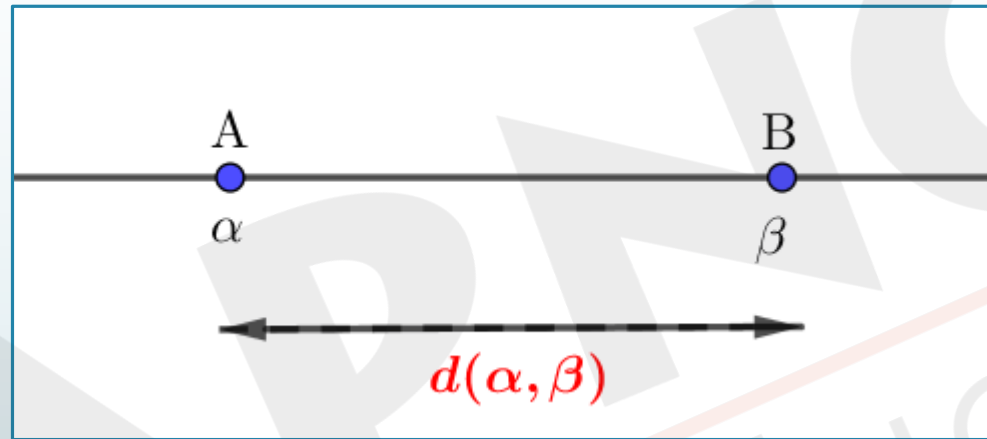
$$A = -2|x| + 4|1 - x| - 5|x + 2| + 10|x - 4| - 20|x - 5|, \quad \text{αν } 1 < x < 4$$

$$B = |3x - 9| - 4x + 2$$

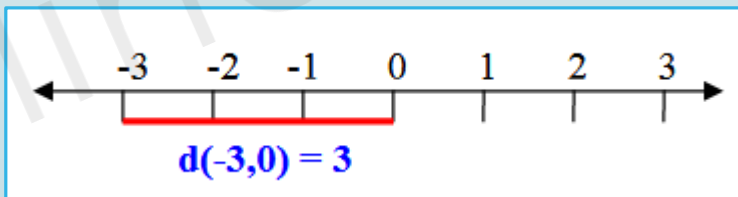
$$\Gamma = 2|x - 2| - 3|x - 5|$$

$$\Delta = ||x| + x| - 2|x - |x||$$

Απόσταση 2 αριθμών



$$d(\alpha, \beta) = |\alpha - \beta| = |\beta - \alpha| = (AB)$$



Απόσταση 2 αριθμών - Ασκήσεις

1) Βρείτε τις αποστάσεις: a) $d(-7,5)$ b) $d(4,-12)$

2) Δίνονται τα σημεία A, B και M που παριστάνουν στον άξονα των πραγματικών αριθμών τους αριθμούς $-4, 8, x$ αντίστοιχα με $-4 < x < 8$.

i) Να διατυπώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία των:

i) $|x+4|$ ii) $|x-8|$

ii) Με τη βοήθεια του άξονα να δοθεί η γεωμετρική ερμηνεία του αθροίσματος $|x+4| + |x-8|$ και να βρεθεί η τιμή της.

iii) Να αποδειχθεί αλγεβρικά το αποτέλεσμα του προηγούμενου αποτελέσματος.

Ιδιότητες των απολύτων τιμών

➤ $|\alpha|^2 = \alpha^2$

➤ $|\alpha| \geq \alpha$ και $|\alpha| \geq -\alpha$

➤ $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$

➤ $\frac{|\alpha|}{|\beta|}, \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \beta \neq 0$

➤ $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$

➤ $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta| \Leftrightarrow \alpha, \beta \text{ ομόσημοι ή } \alpha = 0 \text{ ή } \beta = 0$

Ιδιότητες των απολύτων τιμών – Ασκήσεις

1) Ναδειχθεί ότι ισχύει: $|α + β|^2 + |α - β|^2 = 2(|α|^2 + |β|^2)$

2) Ναδειχθεί ότι ισχύει $x|y| + y|x| ≤ xy + |x||y|$

3) Αν $|x| ≤ 1$ και $|y| ≤ 2$ ναδειχθεί ότι:

α) $|2x + 3y| ≤ 8$

β) $|-x - y + 3| ≤ 6$

Εξισώσεις με απόλυτα

► Αν $\theta > 0$ ΤΟΤΕ: $|x| = \theta \Leftrightarrow x = -\theta \text{ ή } x = \theta$

► $|x| = |\theta| \Leftrightarrow x = -\theta \text{ ή } x = \theta$

Εξισώσεις με απόλυτα - Ασκήσεις

► Να λυθούν οι εξισώσεις:

1. $|3x - 5| = 10$

2. $|-2 + 6x| = -20$

3. $|6x - 18| = x - 2$

4. $|2x - 1| = x - 4$

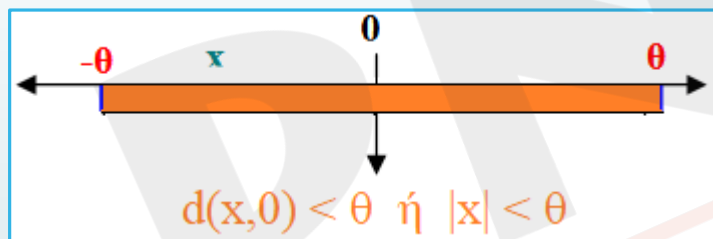
5. $|x + 4| = |2x - 1|$

6. $\frac{1+|x|}{3} - \frac{1-2|x|}{6} = \frac{3|x|-1}{2} + 1$

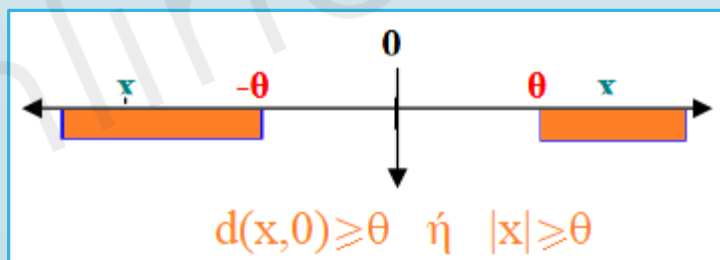
7. $|x+1| - |x-2| = 1$

Ανισώσεις με απόλυτα

Αν $\theta > 0$ τότε: $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$



Αν $\theta > 0$ τότε: $|x| > \theta \Leftrightarrow x < -\theta$ ή $x > \theta$



Ανισώσεις με απόλυτα - Ασκήσεις

Να λυθούν οι ανισώσεις:

1. $|-2\chi + 3| < 1$

2. $|\chi + 4| \geq 3$

3. $|-10\chi + 20| > 1$

4. $|8\chi + 7| < -3$

5. $2 < |4\chi + 6| \leq 8$

6. $\frac{|\chi-2|}{3} - 5 > \frac{-4|2-\chi|+2}{3}$