

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β ΛΥΚΕΙΟΥ**Θέμα 1**

A) Δίνεται το γραμμικό σύστημα (Σ) 2×2 :

$$\begin{cases} (\lambda - 1)x + \lambda y = \lambda \\ x + \lambda y = 2 \end{cases}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

A1) Να λύσετε το σύστημα για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

A2) Για ποιες τιμές του λ οι ευθείες

$$\varepsilon: (\lambda - 1)x + \lambda y = \lambda \text{ και } \zeta: x + \lambda y = 2$$

είναι παράλληλες ;

A3) Αν το σύστημα (Σ) έχει μοναδική λύση το ζεύγος (x_o, y_o) και ισχύει: $x_o + y_o^2 = 2$, να βρείτε τιμές του λ .

B) Δίνεται ότι: $25\eta\mu^2 x - 10\sigma\upsilon\nu x - 22 = 0$ και $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$.

B1) Να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x .

B2) Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \frac{\eta\mu\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) - \sigma\upsilon\nu\left(\frac{9\pi}{2} - x\right)}{4\varepsilon\varphi\left(\frac{15\pi}{2} + x\right)}$$

Στη συνέχεια να βρείτε την αριθμητική τιμή της.

Θέμα 2

A) Να αποδείξετε ότι :

i. $\left(\frac{1}{\sin \alpha} - \sin \alpha\right) \cdot \left(\frac{1}{\eta \mu \alpha} - \eta \mu \alpha\right) \cdot (\epsilon \varphi \alpha + \sigma \varphi \alpha) = 1$

ii. $\epsilon \varphi x + \sigma \varphi x \leq 2, \text{ αν } \frac{\pi}{2} < x < \pi$

iii. $\eta \mu \frac{5\pi}{4} \cdot \sigma \nu \nu \frac{7\pi}{6} \cdot \epsilon \varphi \frac{4\pi}{3} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

B) Να αποδείξετε ότι :

$$\frac{\eta \mu(180^\circ + \theta) \cdot \sigma \nu \nu(90^\circ - \theta) \cdot \epsilon \varphi(360^\circ + \theta)}{\eta \mu(360^\circ - \theta) \cdot \epsilon \varphi(180^\circ + \theta) \cdot \eta \mu(180^\circ - \theta)} = 1$$

Θέμα 3

Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = 1 + 2\eta \mu \frac{x}{3}, x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τη συνάρτηση f , η γραφική παράσταση της οποίας προκύπτει από τη γραφική παράσταση της φ με οριζόντια μετατόπιση $\frac{3\pi}{2}$ μονάδες αριστερά.

β) Αν $f(x) = 1 + 2\sigma \nu \nu \frac{x}{3}$, τότε :

i) Να βρείτε την περίοδο, την ελάχιστη και μέγιστη τιμή της f .

ii) Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή.

iii) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα μεταβολών στο διάστημα $[0, T]$, όπου T η περίοδος της f , τον οποίο να μεταφέρεται στην κόλλα σας.

x	
$\frac{x}{3}$	
$\sin \frac{x}{3}$	
$2\sin \frac{x}{3}$	
$f(x) = 1 + 2\sin \frac{x}{3}$	

iv) Με βάση τον παραπάνω πίνακα, να παραστήσετε γραφικά την f στο διάστημα $[0, T]$.

Θέμα 4

A) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \sin(x - \pi) + \alpha$, όπου

$$\alpha = \varepsilon\varphi 210^0 \cdot \varepsilon\varphi 225^0 \cdot \varepsilon\varphi 240^0$$

A1) Να αποδείξετε ότι $f(x) = 2\sin x + 1$.

A2) Να λυθεί στο $[0, 2\pi]$ η εξίσωση $f(x) = \eta\mu^2 x$.

B)i) Να λυθεί το μη γραμμικό σύστημα: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ \sqrt{3}y = x + 1 \end{cases}$.

ii) Να λύσετε στο $[0, \pi]$ την εξίσωση $\sqrt{3} \cdot \eta\mu\omega - \sin\omega = 1$.