Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_6878**

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^0$) έχουμε ότι $\hat{B} = 30^0$. Φέρουμε το ύψος ΑΗ και τη διάμεσο ΑΜ του τριγώνου ΑΒΓ. Από την κορυφή Β φέρνουμε κάθετη στη διάμεσο ΑΜ, η οποία την τέμνει στο σημείο Ε όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

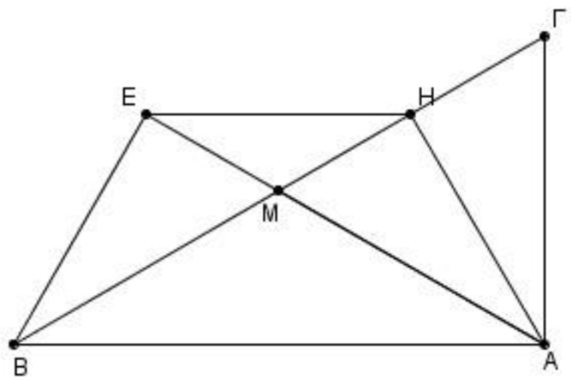
Να αποδείξετε ότι:

α) $BE = \frac{AB}{2}$, (Μονάδες 7)

β) ΑΗ=ΒΕ, (Μονάδες 7)

γ) το τετράπλευρο ΑΗΕΒ είναι εγγράψιμο, (Μονάδες 6)

δ) ΕΗ//ΑΒ. (Μονάδες 5)



Λύση:

α) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ η ΑΜ είναι διάμεσος οπότε ΑΜ=ΜΒ=ΜΓ. Συνεπώς το τρίγωνο ΒΜΑ είναι ισοσκελές, άρα $M\hat{A}\Gamma = 30^\circ$ και στο ΑΕΒ τρίγωνο με $\hat{E} = 90^\circ$ η $EB = \frac{AB}{2}$.

β) Τα τρίγωνα ΑΗΒ και ΑΕΒ είναι ίσα διότι έχουν $\hat{E} = \hat{H} = 90^\circ$, $E\hat{B}A = H\hat{A}B = 60^\circ$ και ΑΒ κοινή, επομένως ΒΕ=ΑΗ

γ) Είναι εγγράψιμο γιατί η ΑΒ φαίνεται από τις κορυφές Ε και Η με ίσες γωνίες.

δ) Εύκολα δείχνουμε ότι το ΕΜΗ είναι ισοσκελές, οπότε $\hat{E}=\hat{H}=30^{\circ}$, οπότε $EH//AB$ γιατί οι εντός εναλλάξ γωνίες των ευθειών ΕΗ και ΒΓ που τέμνονται από την ΒΗ είναι ίσες.

Επιμέλεια: Ευαγγελία Τσιώκου - Μαθηματικός