

Τράπεζα Θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_6875

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $ABΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$) φέρουμε τη διχοτόμο του AD . Έστω $ΔK$ και $ΔP$ οι προβολές του $Δ$ στις AB και $ΑΓ$ αντίστοιχα. Η κάθετη της $BΓ$ στο σημείο $Δ$ τέμνει την πλευρά $ΑΓ$ στο E και την προέκταση της πλευράς AB (προς το B) στο σημείο Z .

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\hat{B} = \hat{\Delta EΓ}$

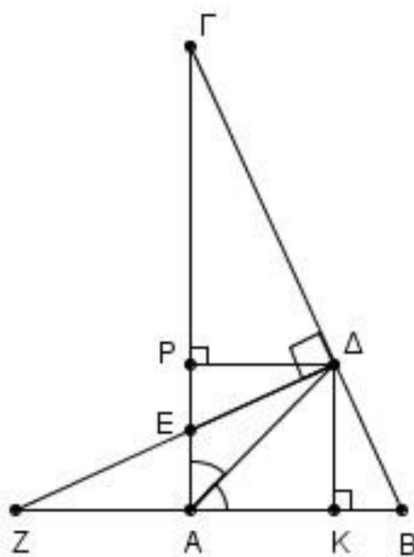
(Μονάδες 8)

ii. $\Delta E = \Delta B$

(Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε τη γωνία $\Delta ΓZ$

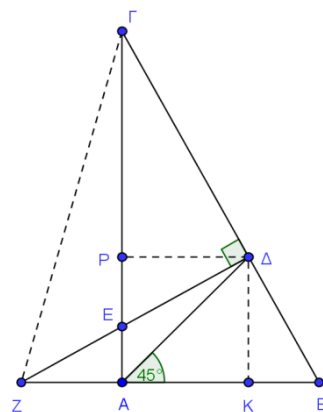
(Μονάδες 9)



Λύση:

α) i) Στο ορθογώνιο τρίγωνο $ΓΔE$ η $\hat{ΓEΔ} = \hat{PΔΓ}$, γιατί έχουν κάθετες πλευρές και είναι οξείες. Η $\hat{PΔΓ} = \hat{B}$ ως εντός εκτός των παραλλήλων PD και AB που τέμνονται από την $BΓ$ επομένως $\hat{ΓEΔ} = \hat{B}$

ii) Τα τρίγωνα $ΔPE$ και $ΔKB$ έχουν: $DK = DP$ γιατί το $Δ$ βρίσκεται πάνω στη διχοτόμο της γωνίας $\hat{A}$ $\hat{PEΔ} = \hat{B}$ και $\hat{P} = \hat{K} = 90^\circ$. Άρα είναι ίσα οπότε $ED = DB$



β) Τα τρίγωνα ΓΔΕ και ΖΔΒ έχουν $\Delta B = \Delta E$, $\hat{P}\hat{E}\hat{\Delta} = \hat{B}$ και $\hat{\Gamma}\hat{\Delta}\hat{E} = \hat{Z}\hat{\Delta}\hat{B} = 90^\circ$. Άρα είναι ίσα, οπότε $\Delta Z = \Gamma \Delta$. Το τρίγωνο επομένως ΓΔΖ είναι ορθογώνιο ισοσκελές και επομένως η γωνία $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}\hat{Z} = 45^\circ$

Επιμέλεια: Πολύδωρος Γεωργιακάκης - Μαθηματικός