

Τράπεζα Θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_5911

Έστω ΑΒΓΔ ορθογώνιο με $AB > BG$ τέτοιο ώστε οι διαγώνιοί του να σχηματίζουν γωνία 60° . Από το Δ φέρουμε ΔΜ κάθετη στην ΑΓ.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. το σημείο Μ είναι μέσο του ΑΟ όπου Ο το κέντρο του ορθογωνίου.

(Μονάδες 8)

ii. $AM = \frac{1}{4} AG$

(Μονάδες 7)

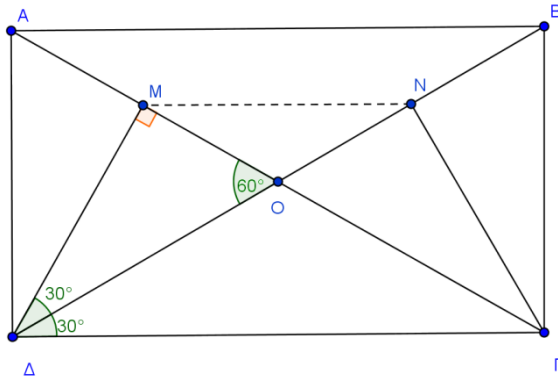
β) Αν από το Γ φέρουμε ΓΝ κάθετη στη ΒΔ, να αποδείξετε ότι το ΜΝΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

(Μονάδες 10)

Λύση:

α) i) Επειδή ΔΜΟ ορθογώνιο τρίγωνο και $\hat{M}\hat{O}\hat{\Delta} = 60^\circ$ η $OM = \frac{1}{2} OA$. Δηλαδή το Μ είναι μέσο της ΟΑ.

ii) Είναι $AM = \frac{1}{2} AO$, $AO = \frac{1}{2} AG$ γιατί οι διαγώνιες ενός ορθογωνίου είναι ίσες και διχοτομούνται οπότε $AM = \frac{AG}{4}$



β) Το τρίγωνο OMN είναι ισοσκελές $OM = ON = \frac{OA}{2}$. Άρα $\hat{M}\hat{N}\hat{O} = 30^\circ$. Όμως και

$\hat{N}\hat{\Delta}\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Συνεπώς $MN \parallel \Delta\Gamma$ γιατί οι εντός εναλλάξ γωνίες των MN και ΔΓ τεμνομένων από την ΔΒ είναι ίσες επειδή $DM = GN$ από (i) ερώτημα.

Άρα το τραπέζιο είναι ισοσκελές.

Επιμέλεια: Βασίλης Τσιλιβής - Μαθηματικός