

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_5902

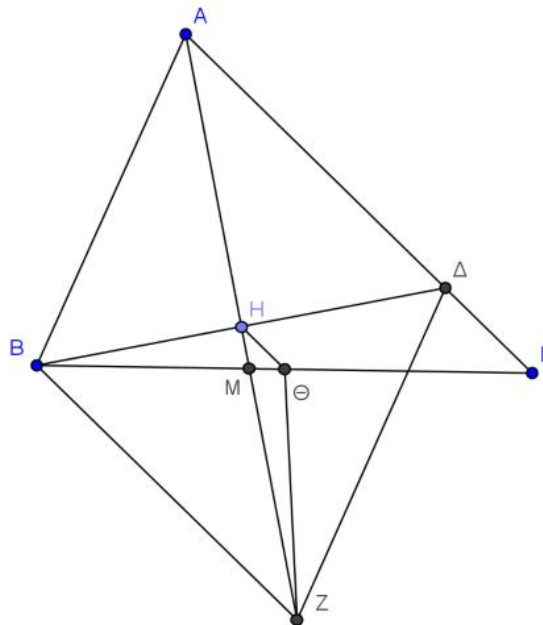
Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Από το B φέρουμε κάθετη στην διχοτόμο AM της γωνίας A , η οποία τέμνει την AM στο H και την $A\Gamma$ στο Δ . Στην προέκταση της AH θεωρούμε σημείο Z τέτοιο ώστε $AH = HZ$ και έστω Θ το μέσο της πλευράς $B\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) το τετράπλευρο $ABZ\Delta$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 9)

β) το τετράπλευρο $HBZ\Theta$ είναι τραπέζιο. (Μονάδες 9)

γ) η διάμεσος του τραπεζίου $HBZ\Theta$ είναι ίση με $\frac{AB + A\Gamma}{4}$. (Μονάδες 7)



Λύση:

α) Είναι η ΑΗ μεσοκάθετος στη ΒΔ οπότε ΑΔ=ΑΒ και ΒΗ μεσοκάθετος στη ΑΖ οπότε ΑΒ=ΒΖ

Επομένως οι διαγώνιες του τετραπλεύρου ΑΒΖΔ είναι κάθετες και διχοτομούνται. Άρα το τετράπλευρο είναι ρόμβος.

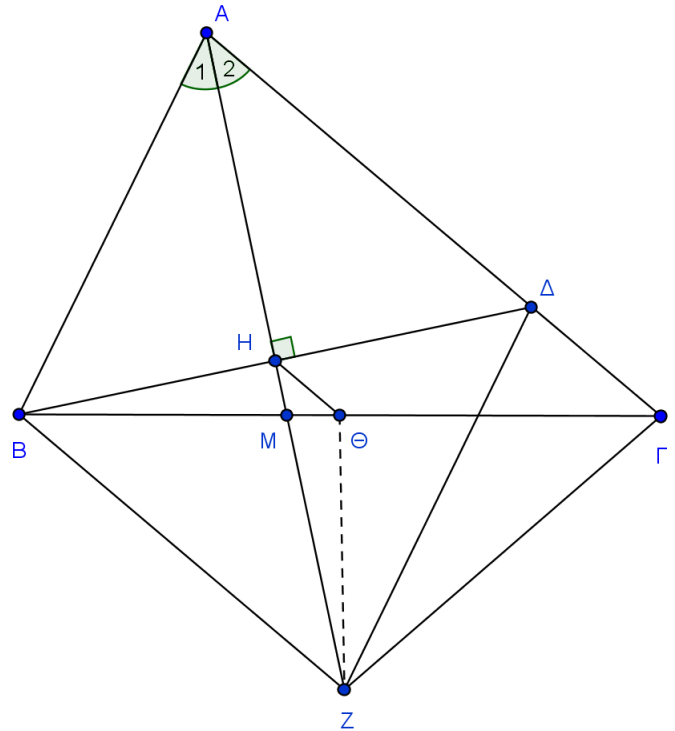
β) Η $H\Theta // = \frac{\Delta\Gamma}{2}$ ή $H\Theta // A\Delta$ αλλά

$A\Delta // BZ$ επομένως $H\Theta // BZ$, συνεπώς το τετράπλευρο ΗΒΖΘ είναι τραπέζιο.

γ) Έστω δ διάμεσος του τραpezίου γνωρίζουμε

$$\text{ότι: } \delta = \frac{H\Theta + BZ}{2} = \frac{\frac{\Delta\Gamma}{2} + A\Delta}{2} = \frac{\Delta\Gamma + 2A\Delta}{4}$$

$$\text{ή } \frac{\Delta\Gamma + A\Delta + A\Delta}{4} = \frac{A\Gamma + AB}{4}$$



Επιμέλεια: Ευαγγελία Τσιώκου - Μαθηματικός