Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_5900**

Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και Μ το μέσο της ΒΓ. Φέρουμε $ΓΔ \perp ΒΓ$ με ΓΔ=ΑΒ (Α,Δ εκατέρωθεν της ΒΓ).

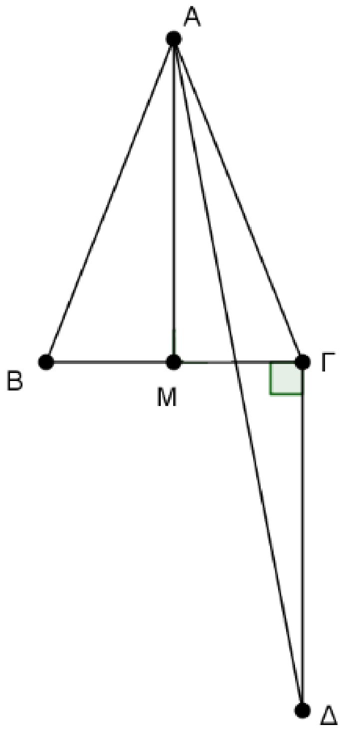
Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΜ // ΓΔ (Μονάδες 6)

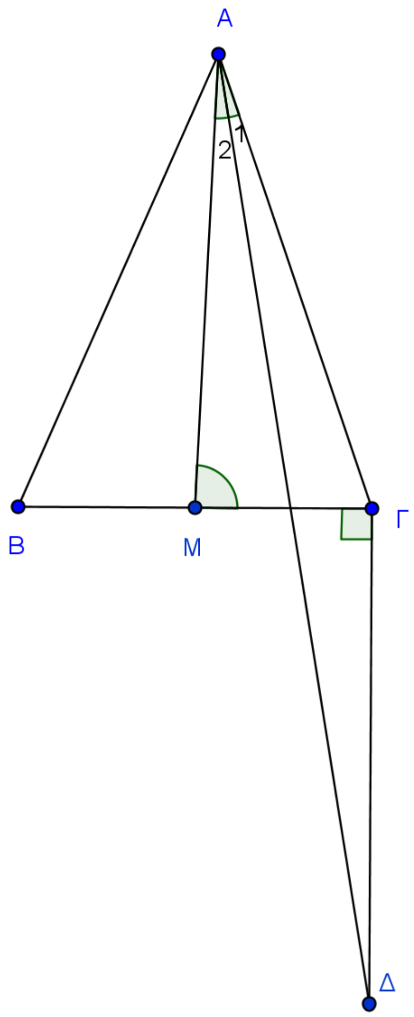
β) η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $\mathrm{M\hat{A}\Gamma}$. (Μονάδες 7)

γ) $\mathrm{\Delta\hat{A}\Gamma} = 45^o - \dfrac{\hat{\mathrm{B}}}{2}$ (Μονάδες 7)

δ) ΑΔ < 2 ΑΒ (Μονάδες 5)



Λύση:



α) Η ΑΜ ως διάμεσος του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ θα είναι και ύψος οπότε $AM \perp B\Gamma, \Gamma\Delta \perp B\Gamma$ άρα $AM \parallel \Gamma\Delta$ σα κάθετες στην ίδια ευθεία.

β) $\hat{A}_1 = \Delta$ διότι το τρίγωνο ΑΓΔ είναι ισοσκελές αφού ΑΓ=ΓΔ, $\hat{\Delta} = \hat{A}_2$ ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΜ και ΓΔ που τέμνονται από την ΑΔ. Άρα $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ δηλαδή η ΑΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $M\hat{A}\Gamma$

γ) $2\Delta\hat{A}\Gamma + \hat{\Gamma} = 90^o$ και επειδή $\hat{B} = \hat{\Gamma} \Rightarrow 2\Delta\hat{A}\Gamma + \hat{B} = 90^o$ ή $2\Delta\hat{A}\Gamma = 90^o - \hat{B}$ ή $\Delta\hat{A}\Gamma = 45^o - \frac{\hat{B}}{2}$

δ) Στο τρίγωνο ΑΓΔ ισχύει $A\Delta < A\Gamma + \Gamma\Delta$ ή $A\Delta < A\Gamma + A\Gamma$ ή $A\Delta < 2AB$ γιατί ΑΓ=ΑΒ

Επιμέλεια: **Ευαγγελία Τσιώκου - Μαθηματικός**