Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_5895**

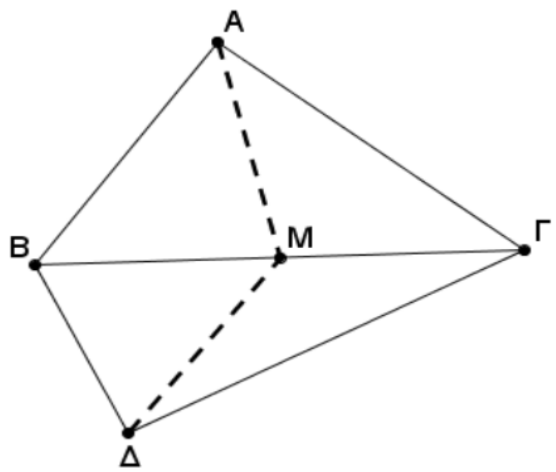
Δίνονται τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^o$) και ΔΒΓ ($\hat{\Delta} = 90^o$) (όπου Α και Δ εκατέρωθεν της ΒΓ) και το μέσο Μ της ΒΓ.

Να αποδείξετε ότι:

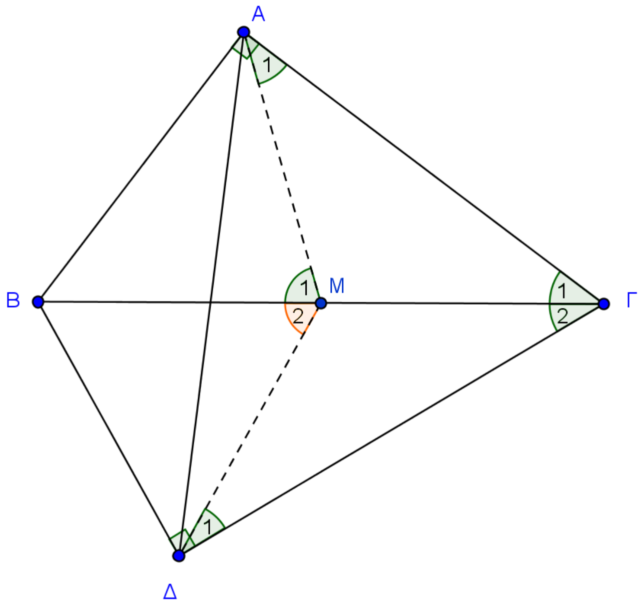
α) το τρίγωνο ΑΜΔ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 9)

β) $A\hat{M}\Delta = 2A\hat{\Gamma}\Delta$ (Μονάδες 9)

γ) $\Gamma\hat{B}\Delta = \Gamma\hat{A}\Delta$ (Μονάδες 7)



Λύση:



α) Η ΑΜ σαν διάμεσος του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ θα ισούται με το μισό της ΒΓ δηλαδή $AM = \frac{B\Gamma}{2}(1)$. Όμοια η $\Delta M = \frac{B\Gamma}{2}(2)$ διότι είναι διάμεσος του ορθογωνίου τριγώνου ΒΔΓ. Από (1) και (2) έπεται ότι ΜΑ=ΜΔ δηλαδή το τρίγωνο ΑΜΔ είναι ισοσκελές.

β) Από το (α) ερώτημα είναι ΑΜΒ και ΑΜΔ ισοσκελή τρίγωνα οπότε $\hat{M}_1 = \hat{A}_1 + \hat{\Gamma}_1 = 2\hat{\Gamma}_1$. Όμοια $\hat{M}_2 = \hat{\Delta}_1 + \hat{\Gamma}_2$ διότι $\hat{M}_2$ είναι εξωτερική γωνία στο τρίγωνο ΜΓΔ.
Αν τις προσθέσουμε κατά μέλη έχουμε

$\hat{M}_2 + \hat{M}_1 = 2\hat{\Gamma}_1 + 2\hat{\Gamma}_2$ ή $A\hat{M}\Delta = 2(\hat{\Gamma}_1 + \hat{\Gamma}_2)$ ή $A\hat{M}\Delta = 2\hat{\Gamma}$

γ) Το τετράπλευρο ΑΒΔΓ είναι εγγράψιμο σε κύκλο γιατί δύο απέναντι γωνίες του έχουν άθροισμα 180^o οπότε $\Gamma\hat{B}\Delta = \Gamma\hat{A}\Delta$ γιατί είναι εγγεγραμμένες και βαίνουν στο ίδιο τόξο $\Gamma\Delta$.

Επιμέλεια: Ευαγγελία Τσιώκου - Μαθηματικός