

Τράπεζα Θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

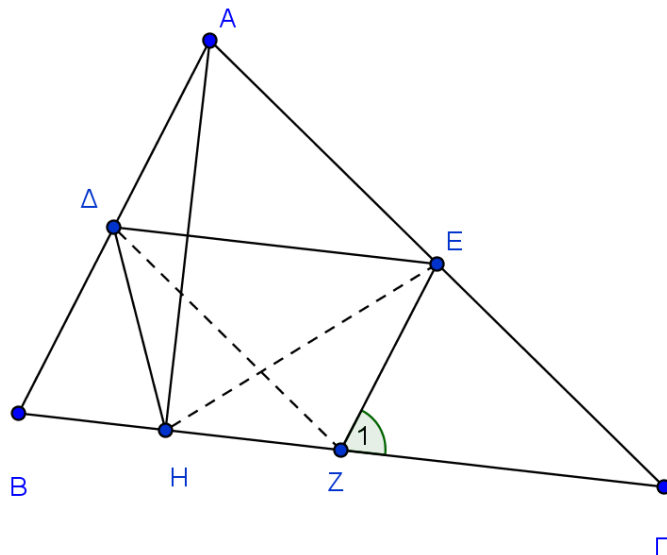
GI_A_GEO_4_5886

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και το ύψος του AH . Αν Δ , E και Z είναι τα μέσα των $AB, A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι :

- α) το τετράπλευρο ΔEZH είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 8)
- β) οι γωνίες $\widehat{H\Delta Z}$ και \widehat{HEZ} είναι ίσες . (Μονάδες 8)
- γ) οι γωνίες $\widehat{E\Delta Z}$ και \widehat{EHZ} είναι ίσες. (Μονάδες 9)

Λύση:

α) Είναι $\Delta E // HZ$ διότι τα Δ και E είναι μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$. Η ΔH είναι διάμεσος του ορθογωνίου τριγώνου AHB και ισούται με $\frac{AB}{2}$. Η $EZ // \frac{AB}{2}$ διότι το E και Z είναι μέσα των πλευρών GA και GB . Επομένως $HZ = ZE$. Άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές.



β) Η γωνία $\widehat{Z_1} = \widehat{E} = \widehat{\Delta}$ άρα το τετράπλευρο ΔHZE είναι εγγράψιμο σε κύκλο επειδή η εσωτερική γωνία $\widehat{\Delta} = \widehat{Z_1}$ απέναντι εξωτερική. Επομένως $\widehat{H\Delta Z} = \widehat{HEZ}$ ως εγγεγραμμένες που βαίνουν στο ίδιο τόξο HZ .

γ) Όμοια $\widehat{E\Delta Z} = \widehat{EHZ}$ ως εγγεγραμμένες που βαίνουν στο ίδιο τόξο EZ .

Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.