

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου**Θέμα 4**

GI_A_GEO_4_4832

Έστω ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και $A\Delta$ διάμεσος. Στο τμήμα $A\Delta$ θεωρούμε τυχαίο σημείο K από το οποίο φέρνουμε τα τμήματα KZ και KE κάθετα στις AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. $\triangle ABK = \triangle A\Gamma K$. (Μονάδες 6)
- ii. Το τρίγωνο $\triangle ZKE$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)
- iii. Το τετράπλευρο $Z\epsilon\Gamma B$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 7)

β) Ένας μαθητής στο (αι.) ερώτημα έδωσε την εξής απάντηση:

«Το τμήμα $A\Delta$ είναι διάμεσος στη βάση ισοσκελούς άρα ύψος και διχοτόμος του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$ και μεσοκάθετος του $B\Gamma$. Οπότε και το τρίγωνο $\triangle BK\Gamma$ είναι ισοσκελές.

Τα τρίγωνα $\triangle ABK$, $\triangle A\Gamma K$ έχουν

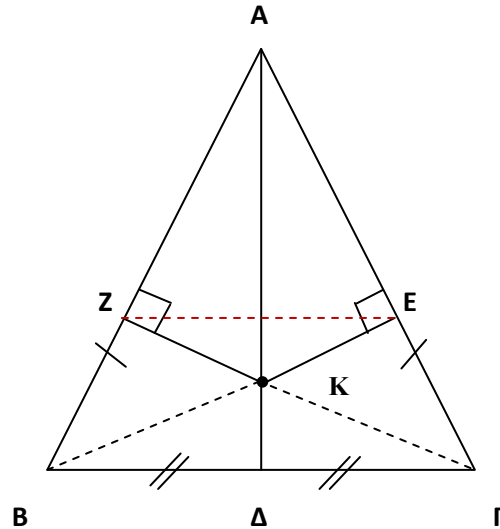
1. $BK = K\Gamma$
2. $\hat{B}AK = \hat{\Gamma}AK$ επειδή AK διχοτόμος της \hat{A}
3. $\hat{A}BK = \hat{A}\Gamma K$ ως διαφορές ίσων γωνιών ισοσκελών τριγώνων.

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα βάση του κριτηρίου Γωνία Πλευρά Γωνία.»

Ο καθηγητής είπε ότι η απάντησή του είναι ελλιπής. Να συμπληρώσετε την απάντηση του μαθητή ώστε να ικανοποιεί το κριτήριο Γωνία –Πλευρά- Γωνία διατηρώντας τις πλευρές BK και $K\Gamma$. (Μονάδες 6)

Λύση:

α)



i. Συγκρίνω τα $\triangle ABK$, $\triangle AKG$

Έχουν:

$$\left. \begin{array}{l} AB = AG \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AK \text{ κοινή} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABK = \triangle AKG$$

ii. $ZK = KE$ (από ίσα τρίγωνα $\triangle AZK$, $\triangle AKE$), άρα $\triangle ZKE$ ισοσκελές.

iii. $AZ = AE$,

$$\left. \begin{array}{l} \hat{AZE} = \hat{AEZ}, \text{ άρα } 2 \hat{AZE} = 180^\circ - \hat{A} \\ \text{και } \hat{B} = \hat{\Gamma}, \text{ άρα } 2 \hat{B} = 180^\circ - \hat{A} \end{array} \right\} \hat{AZE} = \hat{B}$$

και $ZE \parallel B\Gamma$ (εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες της)

β) Πρέπει $\hat{A}KB = \hat{A}KG$ για να ισχύει το κριτήριο Π-Γ-Π
άρα πρέπει να συμπληρωθεί.

$$\hat{A}KB = 180^\circ - \hat{A}_1 - \hat{A}BK$$

$$\hat{A}KG = 180^\circ - \hat{A}_2 - \hat{A}GK \text{ οπότε από το } \alpha) \text{ ισχύει το ζητούμενο.}$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης - Μαθηματικός