Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α’ Λυκείου

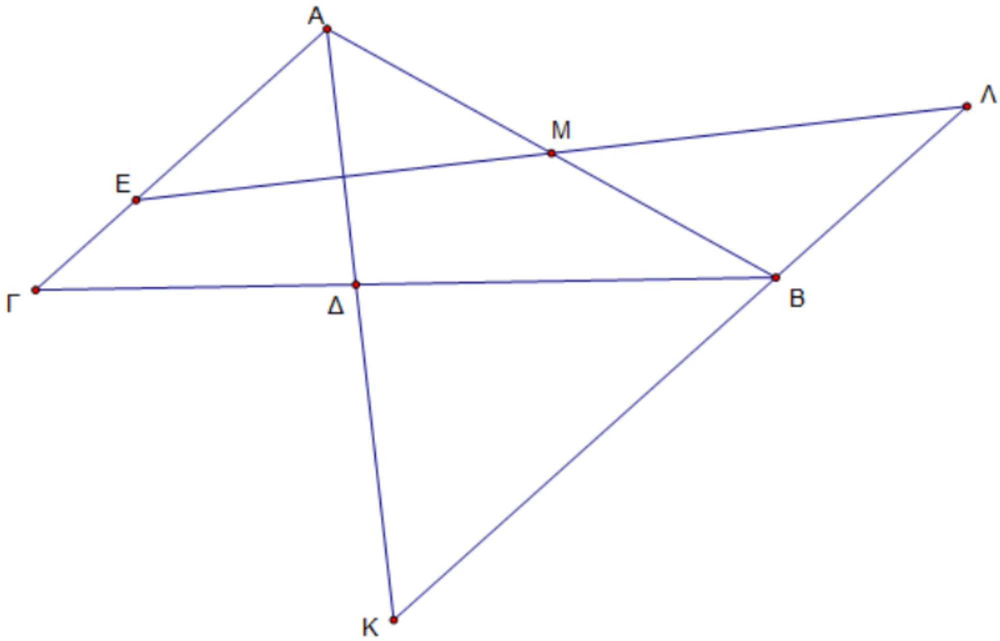
Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_4821**

Έστω τρίγωνο $\overset{\Delta}{\mathrm{AB\Gamma}}$, ΑΔ η διχοτόμος της γωνίας Α και Μ το μέσον της ΑΒ. Η κάθετη από το Μ στην ΑΔ τέμνει το ΑΓ στο Ε. Η παράλληλη από το Β στο ΑΓ τέμνει την προέκταση της ΑΔ στο Κ και την προέκταση της ΕΜ στο Λ

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΕΜ, ΜΒΛ και ΑΒΚ είναι ισοσκελή. (Μονάδες 15)

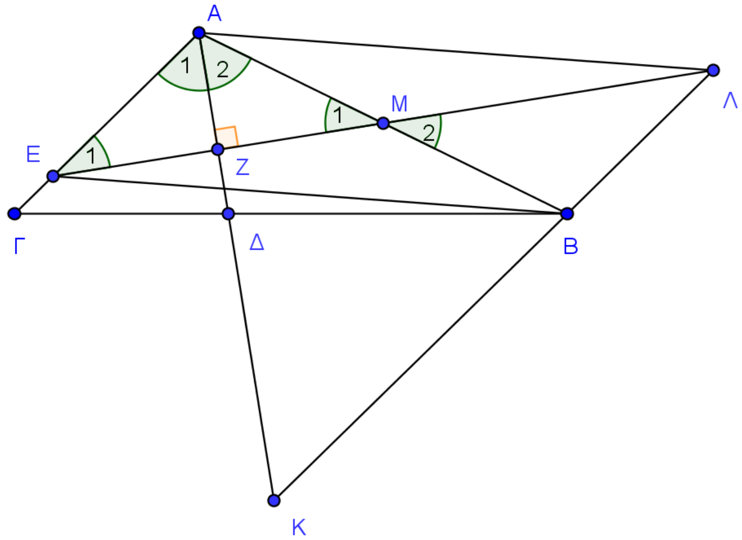
β) Το τετράπλευρο ΑΛΒΕ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 10)



Σολωμού 29 Αθήνα ☎ 210.38.22.157 ☎ 210.38.22.495
On-line Φροντιστήριο www.arnos.gr info@arnos.gr

Λύση:

α) Το ΑΕΜ είναι ισοσκελές διότι ΑΗ είναι μεσοκάθετος στην ΕΜ άρα ΑΕ=ΑΜ. Όμοια το ΜΒΛ είναι ισοσκελές διότι $\hat{A}_1 = \hat{E}$ ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΓ και ΛΚ που τέμνονται από την ΕΛ και $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ ως κατακορυφήν και επειδή $\hat{E} = \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = \hat{\Lambda}_1$ το τρίγωνο είναι ισοσκελές. Για το ΑΒΚ η γωνία $\hat{K} = \hat{A}_2$ εντός εναλλάξ των παράλληλων ΑΓ και ΒΚ τεμνόμενων από την ΑΚ. Αλλά $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ διότι ΑΔ διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$ οπότε $\hat{K} = \hat{A}_1$ και το τρίγωνο είναι ισοσκελές με ΑΒ=ΒΚ



β) Τα τρίγωνα ΜΑΕ και ΜΛΒ είναι ίσα διότι έχουν ΑΜ=ΜΒ, Μ μέσο της ΑΒ, $\hat{M}_2 = \hat{M}_1$ ως κατακορυφήν , $E\hat{A}M = M\hat{B}\Lambda$ ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΓ και ΛΒ τεμνόμενων από την ΑΒ οπότε ΜΕ=ΜΛ

Στο τετράπλευρο ΕΒΛΑ οι διαγώνιες διχοτομούνται άρα είναι παραλληλόγραμμο.

Επιμέλεια: Ευαγγελία Τσιώκου - Μαθηματικός