

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_4818

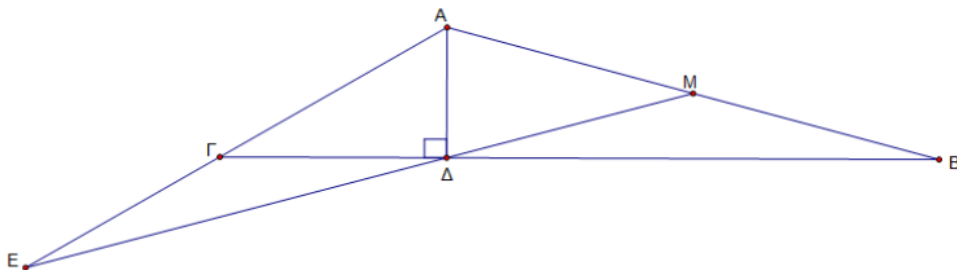
Έστω τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB > A\Gamma$), AD το ύψος του και M το μέσο του AB . Η προέκταση της MD τέμνει την προέκταση της $A\Gamma$ στο σημείο E ώστε $\Gamma D = GE$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{B} = \hat{E}$. (Μονάδες 8)

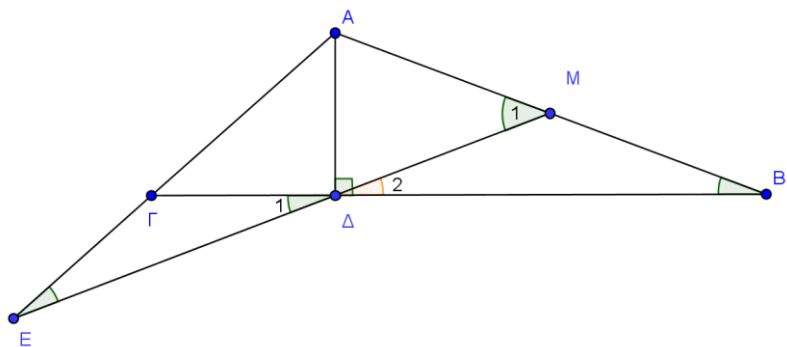
β) $\hat{\Gamma} = 2\hat{B} = \hat{AM\Delta}$. (Μονάδες 10)

γ) $\Gamma E < A\Gamma$. (Μονάδες 7)



Λύση:

α) Επειδή $\triangle GDE$ ισοσκελές είναι $\hat{E} = \hat{\Delta}_1 = \hat{\Delta}_2$ και επειδή DM διάμεσος στο ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle ADB$ θα είναι $DM = MB$ οπότε $\hat{B} = \hat{\Delta}_2$ οπότε $\hat{B} = \hat{E}$



β) Στο τρίγωνο ΓΔΕ η $\hat{\Gamma}$ είναι εξωτερική επομένως θα είναι ίση με το άθροισμα των δύο εντός και απέναντι γωνιών, δηλαδή $\hat{\Gamma} = \hat{E} + \hat{B} = 2\hat{B}$ (1)

Από το τρίγωνο ΔΜΒ η γωνία \hat{M}_1 σε εξωτερική θα είναι ίση με το άθροισμα των δύο εντός και απέναντι γωνιών του. Δηλαδή $\hat{M}_1 = \hat{\Delta}_2 + \hat{B} = 2\hat{B}$ (2)

Από (1) και (2) έπεται : $\hat{\Gamma} = 2\hat{B} = \hat{A}\hat{M}\hat{\Delta}$

γ) $\Gamma E < A\Gamma$ ή $\Gamma\Delta < A\Gamma$ (i) επειδή $\Gamma E = \Gamma\Delta$.

Η (i) όμως ισχύει διότι σε ένα τρίγωνο απέναντι μεγαλύτερης γωνίας βρίσκεται μεγαλύτερη πλευρά. $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Gamma} = 90^\circ > \hat{\Delta}\hat{A}\hat{\Gamma}$ που είναι οξεία.

Επιμέλεια: Ευαγγελία Τσιώκου - Μαθηματικός