

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

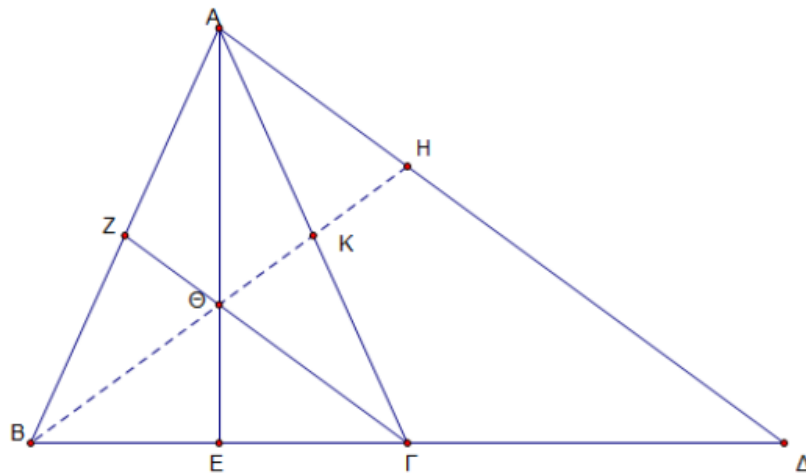
Θέμα 4

GI_A_GEO_4_4812

Έστω ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Προεκτείνουμε το $B\Gamma$ (προς το Γ) κατά τμήμα $\Gamma\Delta = B\Gamma$. Φέρουμε τις διαμέσους AE και $ΓΖ$ του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$ που τέμνονται στο Θ . Το $B\Theta$ προεκτεινόμενο, τέμνει το $A\Gamma$ στο K και το $A\Delta$ στο H .

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το $ZK\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 9)
- β) $AH = \Theta\Gamma$. (Μονάδες 9)
- γ) $AH = 2Z\Theta$. (Μονάδες 7)



Λύση:

α) Επειδή Z και K μέσα των πλευρών AB και ΑΓ η

$$ZK \parallel \frac{B\Gamma}{2} = E\Gamma \text{ άρα το } ZHK\Gamma$$

είναι παραλληλόγραμμο γιατί έχει δύο απέναντι πλευρές ίσες και παράλληλες.

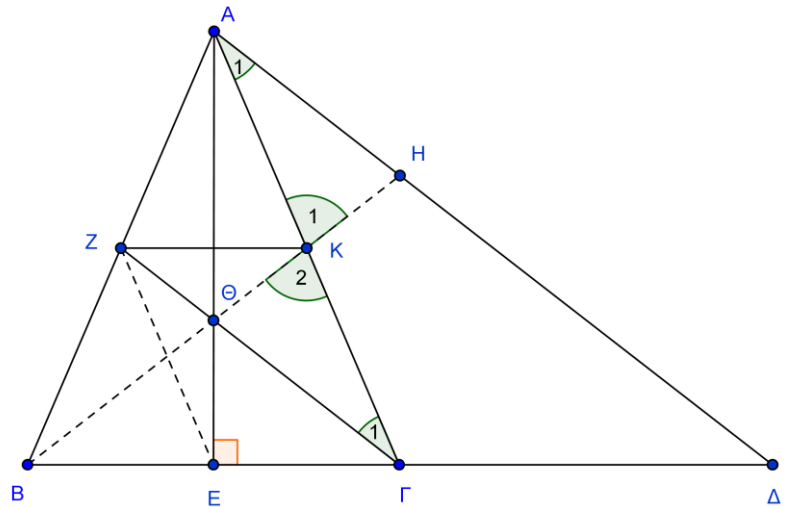
β) Επειδή $Z\Gamma \parallel A\Delta$ διότι τα Z και Γ είναι μέσα των πλευρών

AB και ΒΔ επομένως $\hat{\Gamma}_1 = \hat{A}_1$. Τα τρίγωνα ΑΚΗ και ΚΘΓ έχουν ΑΚ=ΚΓ διότι Κ μέσο της ΑΓ

$\hat{K}_1 = \hat{K}_2$ ως κατακορυφήν και $\hat{\Gamma}_1 = \hat{A}_1$, επομένως είναι ίσα άρα $\Theta\Gamma = A\text{H}$

γ) Επειδή $Z\Gamma \parallel A\Delta$ και επειδή διέρχεται από το μέσο της πλευράς AB θα περνά και από το

$$\text{μέσο } \Theta \text{ της } B\text{H} \text{ οπότε } Z\Theta \parallel \frac{A\text{H}}{2} \Rightarrow A\text{H} = 2Z\Theta$$



Επιμέλεια: Βασίλης Τσιλιβής - Μαθηματικός