

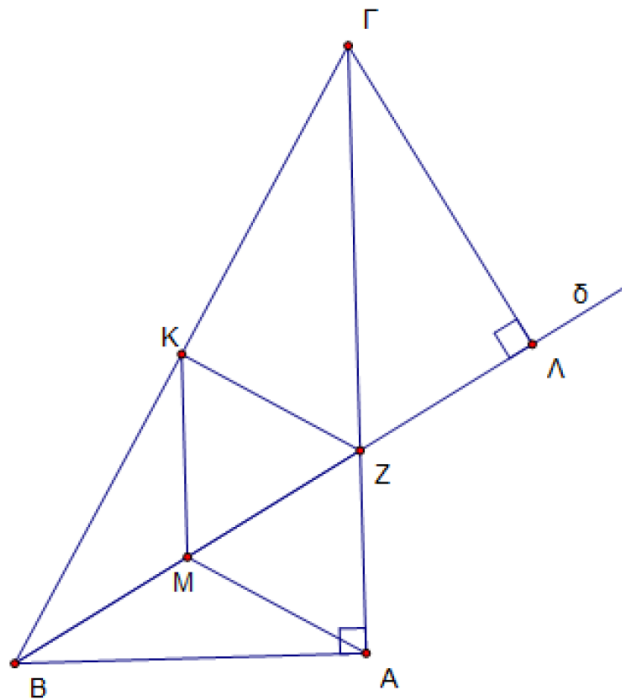
Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_4802

Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$ τέμνει την ΑΓ στο Ζ. Τα σημεία Μ και Κ είναι τα μέσα των ΒΖ και ΒΓ αντίστοιχα. Αν το τμήμα ΓΛ είναι κάθετο στη διχοτόμο Βδ να αποδείξετε:

- α) Το τρίγωνο $\triangle B\hat{Z}\Gamma$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)
- β) Το τετράπλευρο ΑΜΚΖ είναι ρόμβος. (Μονάδες 6)
- γ) $\Gamma Z = 2ZA$ (Μονάδες 7)
- δ) $BA = A\Gamma$ (Μονάδες 6)



Λύση:

α) Η ΒΖ είναι διχοτόμος της Β οπότε η ΑΜ ως διάμεσος του ΖΑΒ δίδει $AM = MZ$ και επειδή $\hat{Z} = 60^\circ \Rightarrow \hat{AMZ} = 60^\circ$ και $AM = AZ$ αλλά $\hat{AZM} = 60^\circ = \hat{\Gamma} + 30^\circ \Rightarrow \hat{\Gamma} = 30^\circ$ οπότε το τρίγωνο ΖΓΒ είναι ισοσκελές.

β) $MK \parallel A\Gamma$ γιατί Κ και Μ μέσα των πλευρών ΒΓ και ΒΖ οπότε $\hat{AZM} = \hat{ZMK} = 60^\circ$ επειδή $KM = MB$ διότι $\hat{MKB} = 30^\circ$ το τρίγωνο ΖΜΚ είναι ισοσκελές με γωνία

κορυφής $\widehat{KMZ} = 60^\circ$ οπότε και οι άλλες δύο αφού είναι ίσες θα είναι 60° έκαστη.
Επομένως $ZK \parallel AM$. Άρα το τετράπλευρο είναι ρόμβος.

γ) Είναι $\Gamma Z = ZB = 2AM = 2AZ$

δ) Τα τρίγωνα $\Delta Γ Β$ και $\Gamma \Delta Β$ έχουν $B\Gamma$ κοινή.

$$\widehat{B} = \widehat{\Delta \Gamma B} = 60^\circ$$

$$\widehat{\Delta \Gamma B} = \widehat{A \hat{B} \Gamma} = 30^\circ$$

Άρα είναι ίσα. Επομένως και $\Delta \Gamma = B\Delta$.

Επιμέλεια: Βασίλης Τσιλιβής - Μαθηματικός