Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

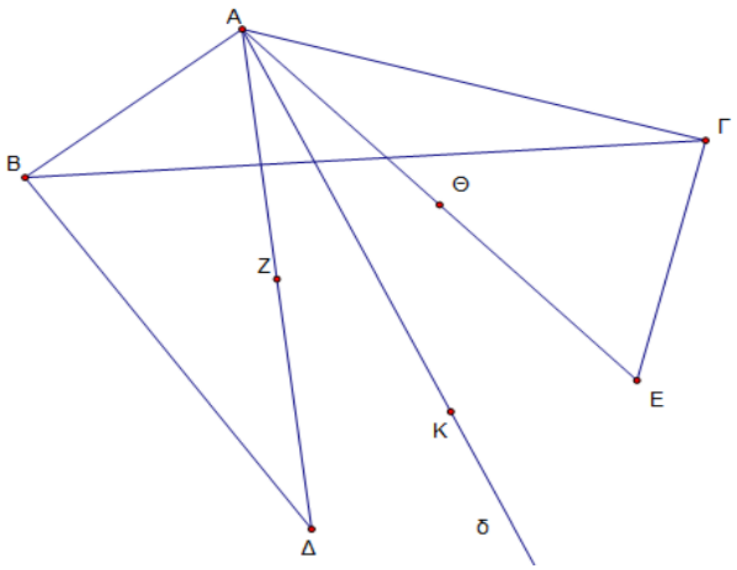
Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_4798**

Δίνεται τρίγωνο $\overset{\Delta}{AB\Gamma}$ με ΑΒ<ΑΓ. Φέρνουμε τμήμα ΒΔ κάθετο στην ΑΒ και με $B\Delta = A\Gamma$ και τμήμα ΓΕ κάθετο στην ΑΓ με $\Gamma E = AB$. Θεωρούμε τα μέσα Ζ και Θ των ΑΔ και ΑΕ καθώς και τη διχοτόμο Αδ της γωνία $\Delta \hat{A} E$.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Delta = AE$. (Μονάδες 9)

β) Αν Κ τυχαίο σημείο της διχοτόμου Αδ, να αποδείξετε ότι το Κ ισαπέχει από τα μέσα Ζ και Θ. (Μονάδες 9)

γ) Αν το Κ είναι σημείο της διχοτόμου Αδ τέτοιο ώστε ΚΖ=ΑΖ, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΖΚΘ είναι ρόμβος. (Μονάδες 7)



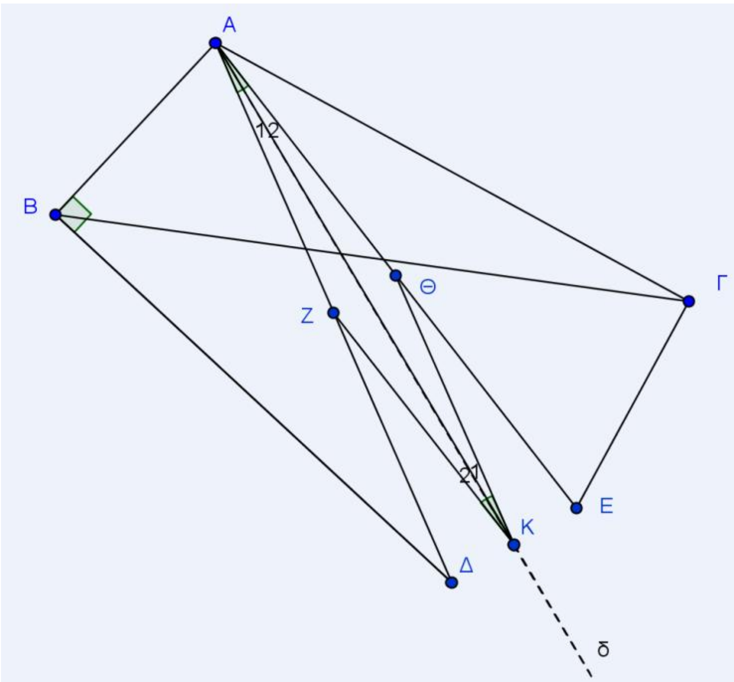
Λύση:

α) Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ είναι ίσα διότι

- $\hat{B} = \hat{\Gamma} = 90^o$,
- $B\Delta = A\Gamma$, , άρα ΑΔ=ΑΕ
- $AB = \Gamma E$

β) Τα τρίγωνα ΑΖΚ και ΑΘΚ έχουν ΑΚ κοινή, ΑΖ=ΑΘ και $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$, διότι ΑΔ διχοτόμος της γωνίας ΔΑΕ. Άρα είναι ίσα οπότε ΚΖ=ΚΘ και $\hat{K}_1 = \hat{K}_2$.

γ) Το τετράπλευρο έχει όλες τις πλευρές ίσες. Η γωνία $\hat{K}_2 = \hat{A}_1 = \hat{A}_2$ οπότε $ZK \parallel A\Theta$ άρα το τετράπλευρο είναι ρόμβος.



Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.