

### Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

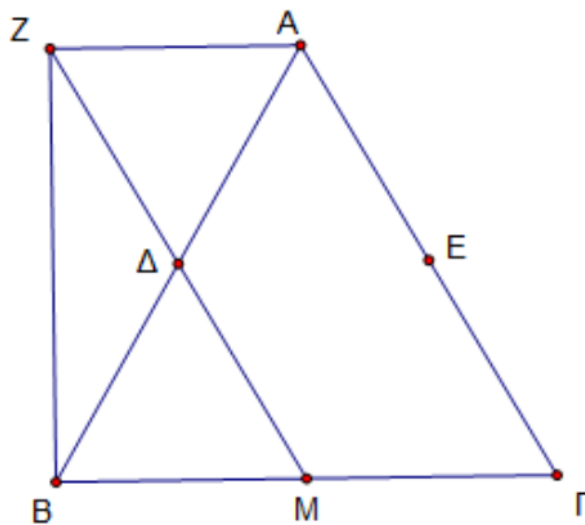
**Θέμα 4**

GI\_A\_GEO\_4\_4797

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο  $\bar{A}\bar{B}\bar{\Gamma}$  και τα μέσα  $\Delta$ ,  $E$  και  $M$  των  $AB$ ,  $A\Gamma$  και  $B\Gamma$  αντίστοιχα. Στην προέκταση του  $M\Delta$  (προς το  $\Delta$ ) θεωρούμε τμήμα  $\Delta Z = \Delta M$ .

Να αποδείξετε ότι:

- α) Τα τρίγωνα  $\hat{A}\hat{Z}\hat{\Delta}$  και  $\hat{B}\hat{M}\hat{\Delta}$  είναι ίσα. (Μονάδες 6)
- β) Το τετράπλευρο  $Z\Delta\Gamma M$  είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 6)
- γ) Τα τμήματα  $ZE$  και  $A\Delta$  τέμνονται κάθετα και διχοτομούνται. (Μονάδες 7)
- δ) Η  $BZ$  είναι κάθετη στη  $ZA$ . (Μονάδες 6)

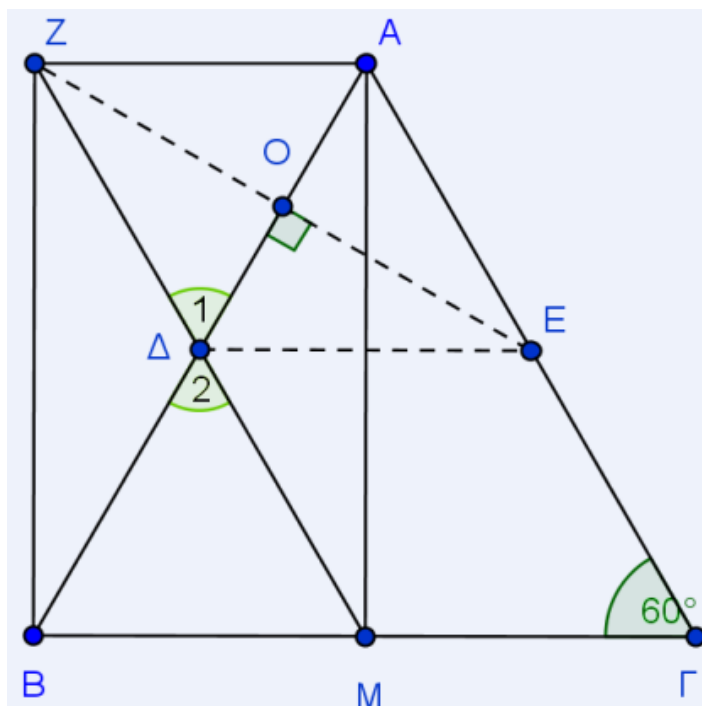


**Λύση:**

- α) Τα τρίγωνα έχουν :
- $A\Delta = \Delta B$
  - $\Delta\Gamma = \Delta M$
  - $\hat{\Delta}_1 = \hat{\Delta}_2$  ως κατακορυφήν, άρα είναι ίσα.

β) Οι διαγώνιες του διχοτομούνται άρα είναι παραλληλόγραμμο.

γ) Το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισόπλευρο και έστω ΕΟ το ύψος του. Όμοια το ΔΑΖ είναι ισόπλευρο διότι  $\hat{A}_1 = \hat{B} = 60^\circ$  ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΖ και ΒΓ τεμνόμενων από τη ΑΒ η  $\hat{\Delta ZM} = \hat{ZMB} = 60^\circ$  ως εντός εναλλάξ και  $\hat{ZMB} = \hat{\Gamma} = 60^\circ$  ως εντός εναλλάξ και τα αυτά των ΖΜ και ΓΑ που τέμνονται από την ΓΜ, οπότε η ΖΟ είναι διάμεσος και ύψος δηλαδή οι ΑΔ και ΖΕ τέμνονται κάθετα και διχοτομούνται.



Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.