

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_4796

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Delta\Gamma$) και O το σημείο τομής των διαγωνίων του. Η $A\Gamma$ είναι κάθετη στην AD και η $B\Delta$ είναι κάθετη στην $B\Gamma$. Θεωρούμε τα μέσα M , E και Z των $\Gamma\Delta$, $B\Delta$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

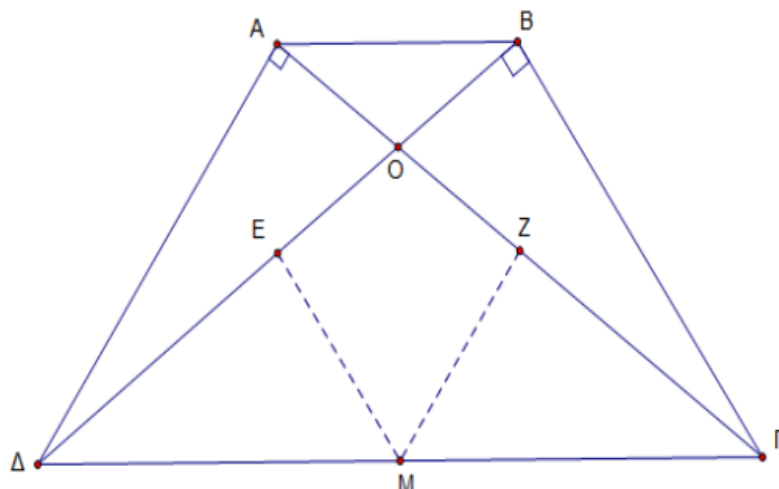
Να αποδείξετε ότι:

α) $ME = MZ$. (Μονάδες 6)

β) Η MZ είναι κάθετη στην $A\Gamma$. (Μονάδες 6)

γ) Τα τρίγωνα $\triangle M\Delta E$ και $\triangle MZ\Gamma$ είναι ίσα. (Μονάδες 7)

δ) Η OM είναι μεσοκάθετος του EZ . (Μονάδες 6)



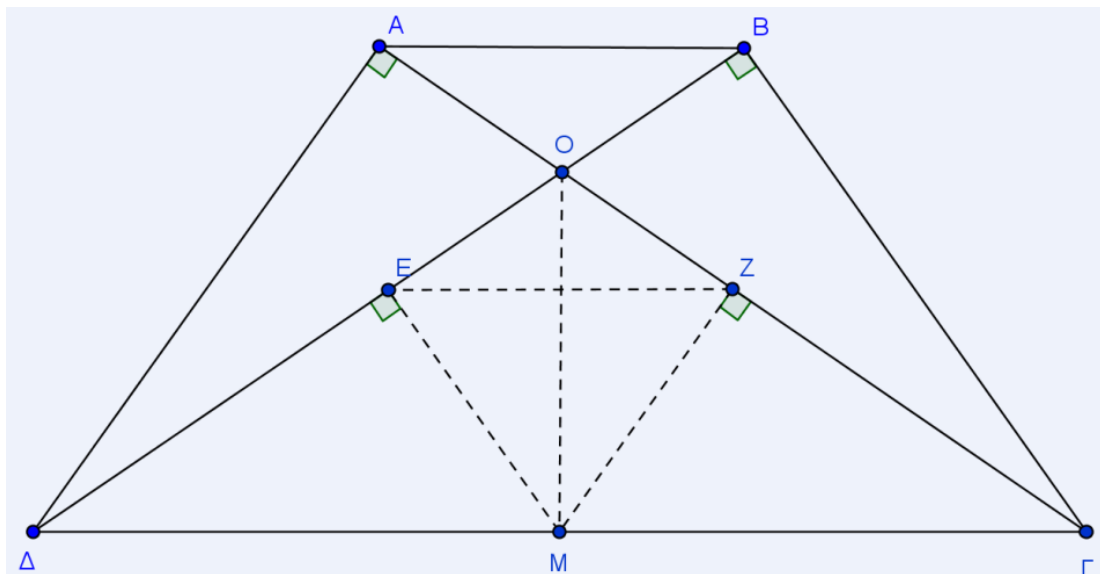
Λύση:

α) Είναι $ME // \frac{BG}{2}$ διότι E και M μέσα των πλευρών ΔB και ΔΓ. Όμοια $MZ // \frac{AD}{2}$ διότι M και Z μέσα των πλευρών ΑΓ και ΓΔ και επειδή $AD=BG$ γιατί το τραπέζιο είναι ισοσκελές έχουμε $ME=MZ$

β) $MZ \perp AG$ διότι $MZ // AD$ και η γωνία $\hat{\Delta AZ} = 90^\circ$ και επειδή Z μέσο της ΑΓ είναι και μεσοκάθετος.

γ) Τα τρίγωνα ΔEM και MZΓ έχουν $\hat{E} = \hat{Z} = 90^\circ$, $ME=MZ$ και $MD=MG$ άρα είναι ίσα.

δ) Επειδή $ME = MZ \Rightarrow MH$ μεσοκάθετος στην EZ και επειδή $OE=OZ$ η OE μεσοκάθετος στην EZ επομένως OM μεσοκάθετος στην EZ.



Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.