

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_4795

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$. Με βάση την AB κατασκευάζουμε ισοσκελές τρίγωνο $A\Delta B$, εκτός του τριγώνου $AB\Gamma$, με γωνία $\hat{\Delta} = 120^\circ$. Θεωρούμε τα μέσα Z και H των πλευρών $A\Delta$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

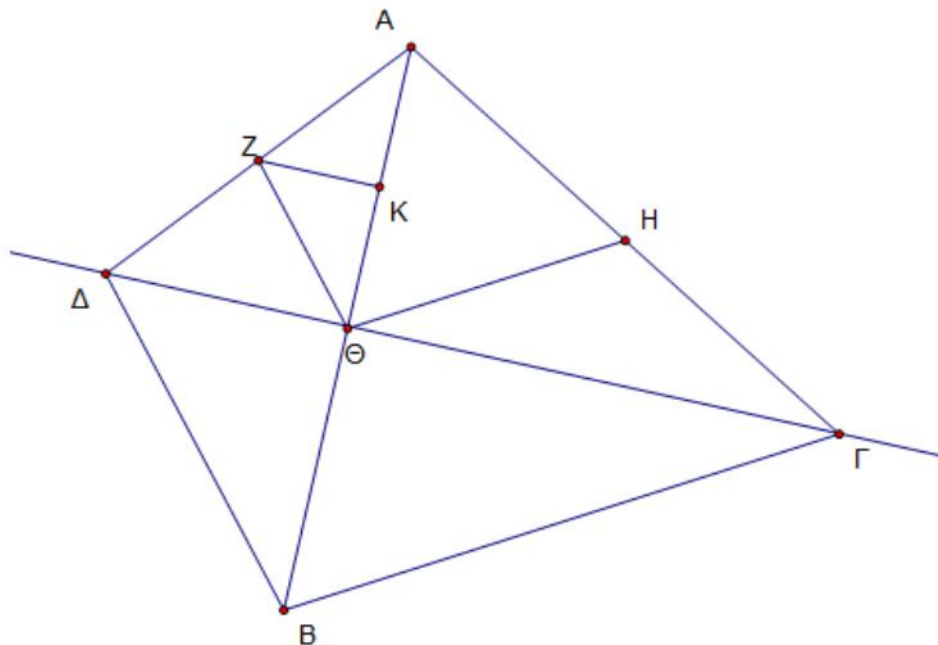
α) Να αποδείξετε ότι η $\Delta\Gamma$ είναι μεσοκάθετος του AB . (Μονάδες 8)

β) Αν η $\Delta\Gamma$ τέμνει την AB στο Θ , να αποδείξετε ότι η γωνία $\hat{Z\Theta H}$ είναι ορθή.

(Μονάδες 9)

γ) Αν η ZK είναι η κάθετη στην AB από το σημείο Z , να αποδείξετε ότι $ZK = \frac{A\Delta}{4}$.

(Μονάδες 8)

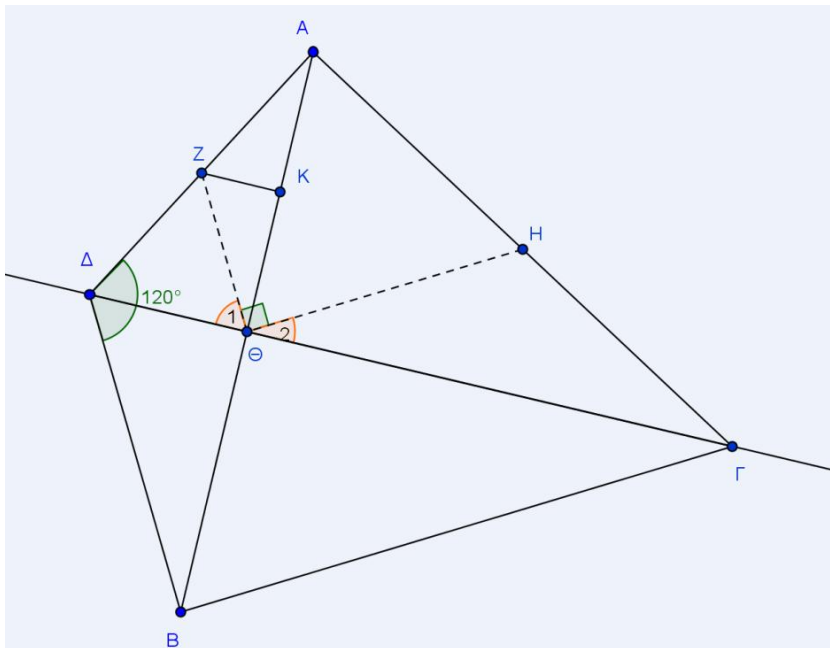


Λύση:

α) Έστω ΓΘ το ύψος του ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ τότε ΑΘ=ΒΘ. Ενώνουμε το Δ με το Θ, επειδή το ΑΔΒ είναι ισοσκελές ΔΒ=ΔΑ, η ΔΘ είναι και κάθετος στην ΑΒ άρα ΔΓ ⊥ ΑΒ και στο μέσο.

β) Η ΘΖ διάμεσος του ορθογώνιου τριγώνου ΑΘΔ άρα ΘΖ=Ζ και $\hat{Z}\Delta\Theta = \hat{\Theta}_1 = 60^\circ$. Όμοια στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΘΓ η ΘΗ είναι διάμεσος άρα $\hat{\Theta}_1 = \frac{\Gamma}{2} = 30^\circ$ επομένως η $\hat{Z}\Theta\text{H} = 90^\circ$.

γ) Είναι $ZK = \frac{\Delta\Theta}{2} = \frac{Z\Delta}{2} = \frac{\frac{A\Delta}{2}}{2} = \frac{A\Delta}{4}$.



Ευχαριστούμε για την επίλυση των αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.