Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_4793**

Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ και ο περιγεγραμμένος του κύκλος (Ο, ρ) ώστε η διαγώνιος του ΔΒ να είναι διάμετρος του κύκλου. Η γωνία Β είναι διπλάσια της γωνίας Δ και οι πλευρές ΑΒ και ΒΓ είναι ίσες. Φέρουμε κάθετη στη ΒΔ στο Ο, η οποία τέμνει τις πλευρές ΑΔ και ΓΔ στα Ε και Ζ αντίστοιχα.

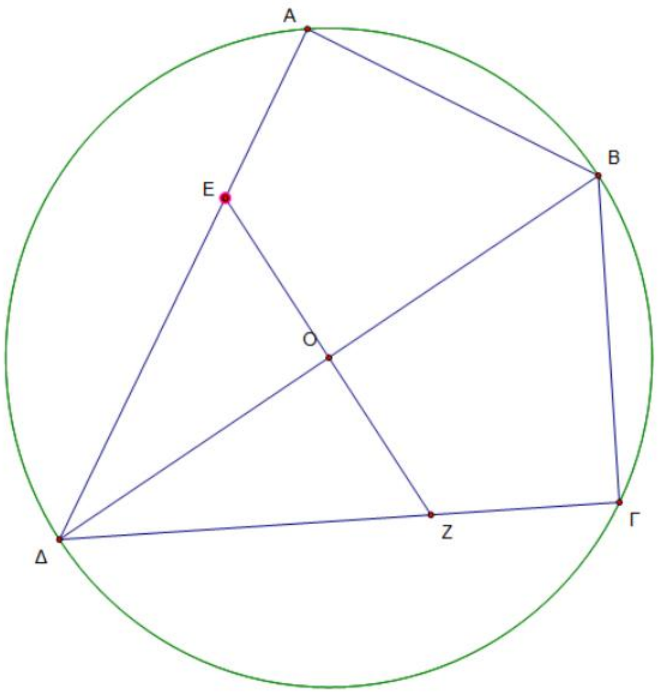
α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ. (Μονάδες 6)

β) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΔΑΒ και ΔΓΒ. (Μονάδες 6)

γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΟ είναι ρόμβος. (Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΟΕ είναι εγγράψιμο σε κύκλο.

(Μονάδες 6)

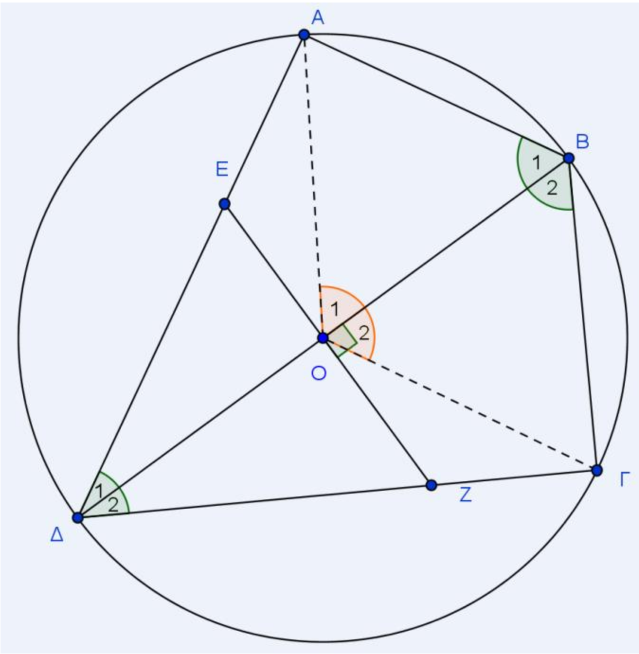


<u>Λύση</u>:

α) Επειδή το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο κέντρου Ο οι απέναντι γωνίες είναι παραπληρωματικές δηλαδή : $\hat{B}+\hat{\Delta}=180^o$ (1) και $\hat{B}=2\hat{\Delta}$ (2) από (1) και (2) έχουμε $3\hat{\Delta}=180^o \Rightarrow \hat{\Delta}=60^o$ και από (2) $\hat{B}=120^o$. Οι $\hat{A}$ και $\hat{\Gamma}$ είναι 90^o έκαστη γιατί είναι εγγεγραμμένες σε μισή περιφέρεια.

β) Τα τρίγωνα είναι ίσα διότι έχουν $\hat{A}=\hat{\Gamma}=90^o$, ΒΔ κοινή και ΑΒ=ΒΓ από υπόθεση, επομένως ΑΔ=ΔΓ, $\hat{B}_1=\hat{B}_2$ και $\hat{\Delta}_1=\hat{\Delta}_2=30^o$.

γ) $\hat{A}_1=\hat{B}_2=60^o$ άρα $AO//B\Gamma$ και όμοια $\hat{B}_1=\hat{O}_2=60^o$ άρα $AB//O\Gamma$. Επειδή τα τρίγωνα ΑΟΒ και ΒΟΓ είναι ισόπλευρα το τετράπλευρο ΑΟΓΒ είναι ρόμβος.



<u>Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.</u>