Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4 GI_A_GEO_4_4792

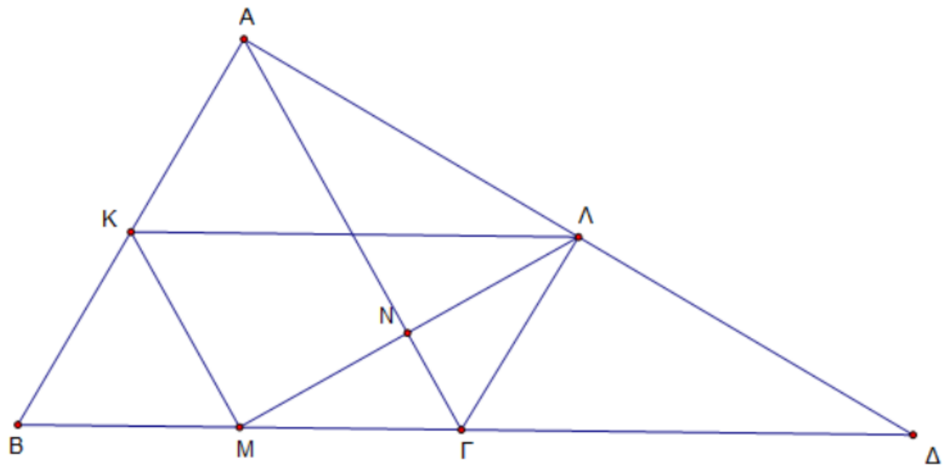
Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ. Στην προέκταση της ΒΓ (προς το Γ) θεωρούμε τμήμα $\Gamma\Delta = B\Gamma$. Αν Μ, Κ και Λ είναι τα μέσα των πλευρών ΒΓ, ΑΒ και ΑΔ αντίστοιχα τότε:

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΒΑΔ. (Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι:

i) Το τετράπλευρο ΚΛΓΜ είναι ισοσκελές τραπέζιο με τη μεγάλη βάση διπλάσια από τη μικρή. (Μονάδες 8)

ii) Το τρίγωνο ΚΜΛ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 10)

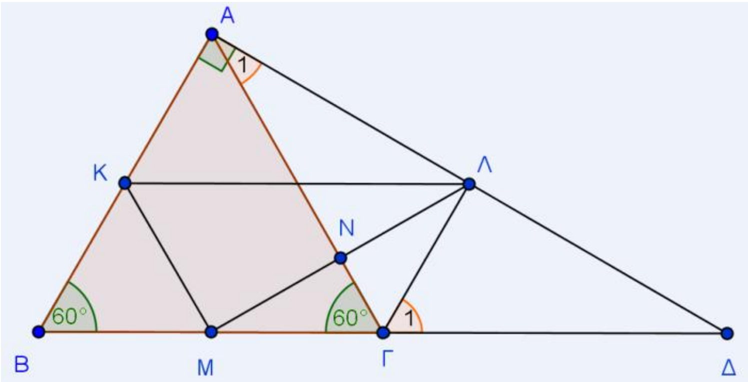


Λύση:

α) Είναι ΓΑ=ΓΔ από υπόθεση, οπότε $\hat{\Delta} + \hat{A}_1 = 30^o$ αφού η εξωτερική Γ του τριγώνου ΑΓΔ είναι 60^o ή $B\hat{A}\Delta = 90^o$.

β) Επειδή ΓΛ διάμεσος του ισοσκελούς ΑΓΔ θα είναι $\Gamma\Lambda \perp \Delta\mathrm{A}$ οπότε $\hat{\Gamma}_1 = 60^o$ επομένως $\Gamma\Lambda = \dfrac{\Gamma\Delta}{2} = \dfrac{\mathrm{A}\Gamma}{2}$ (1). Η $\mathrm{KM} // = \dfrac{\mathrm{A}\Gamma}{2}$ (2) διότι τα Κ και Μ είναι μέσα των πλευρών ΑΒ και ΒΓ οπότε θα είναι παράλληλη με την ΑΓ. Από (1) και (2) $\Rightarrow \mathrm{KM} = \Gamma\Lambda$. Για τον ίδιο λόγο επειδή Κ και Λ είναι μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΔ η $\mathrm{K}\Lambda // = \dfrac{\mathrm{B}\Delta}{2}$ (3). Συνεπώς το ΚΜΓΛ είναι ισοσκελές τραπέζιο. Η σχέση (3) γράφεται :

$$\mathrm{K}\Lambda = \frac{\mathrm{BM}+\mathrm{M}\Gamma+2\mathrm{M}\Gamma}{2} = \frac{\mathrm{M}\Gamma+\mathrm{M}\Gamma+2\mathrm{M}\Gamma}{2} = \frac{4\mathrm{M}\Gamma}{2} = 2\mathrm{M}\Gamma$$



<u>Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.</u>