

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

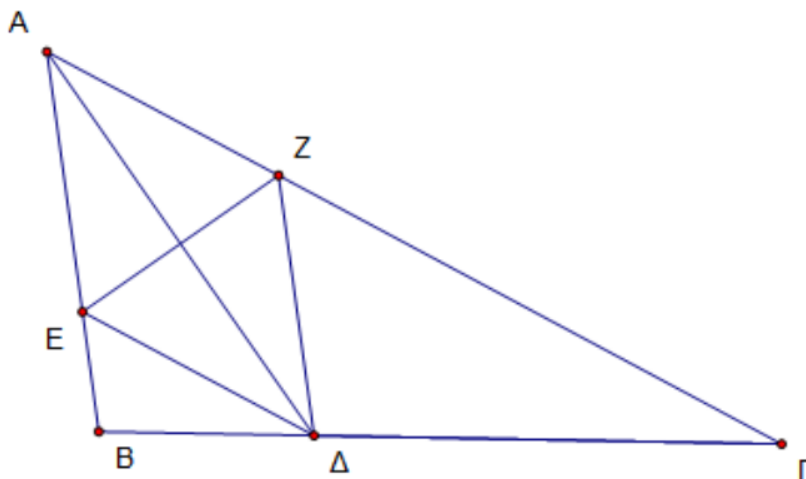
GI_A_GEO_4_4735

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ και $A\Delta$ η διχοτόμος της γωνίας A , για την οποία ισχύει $A\Delta = \Delta\Gamma$.

Η DE είναι διχοτόμος της γωνίας $A\Delta B$ και η DZ παράλληλη στην AB .

Να αποδείξετε ότι:

- α) Τα τμήματα $E\Delta$ και $A\Gamma$ είναι παράλληλα. (Μονάδες 9)
- β) Το τρίγωνο EAD είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)
- γ) Τα τμήματα $A\Delta$ και EZ διχοτομούνται. (Μονάδες 8)



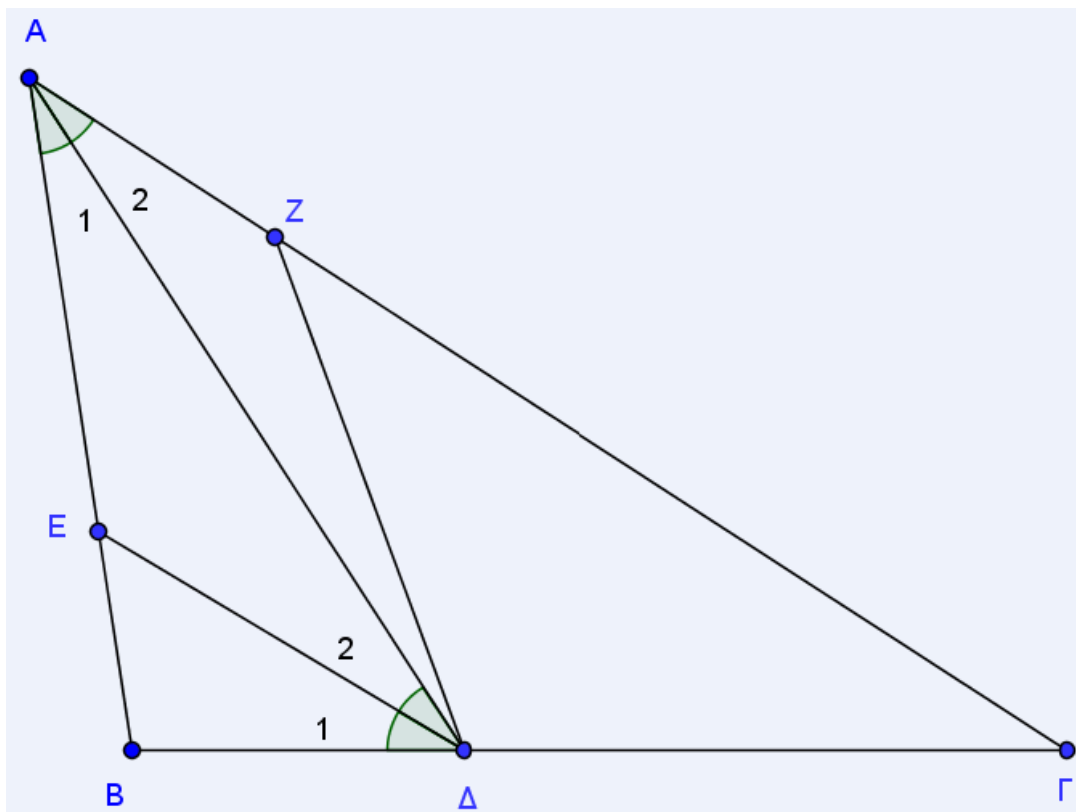
Λύση:

α) Η $A\Delta B$ εξωτερική του τριγώνου $A\Delta\Gamma$ ισούται με το άθροισμα των δύο εντός και απέναντι γωνιών του. Δηλαδή $\hat{A}\Delta B = \hat{A}_2 + \hat{\Gamma}(1)$, επειδή δε $A\Delta = \Delta\Gamma$ εξ υποθέσεως $\hat{\Gamma} = \hat{A}_2 = \hat{\Delta}_1(2)$.

Από (1) και (2) έχουμε $\hat{A}\hat{\Delta}B = 2\hat{\Gamma}$ ή $=2\hat{\Gamma}$ ή $\hat{\Delta}_1 = \hat{\Gamma}$, δηλαδή $E\Delta \parallel A\Gamma$ διότι οι εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες είναι ίσες.

β) Είναι $\hat{A}_2 = \hat{\Delta}_2$, διότι $AZ \parallel E\Delta$, $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ διότι $A\Delta$ διχοτόμος άρα $\hat{A}_1 = \hat{\Delta}_1$ δηλαδή το τρίγωνο AED είναι ισοσκελές.

γ) το τετράπλευρο $AEDZ$ είναι παραλληλόγραμμο άρα οι διαγώνιες του διχοτομούνται.



Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.