

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_4652

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και σημεία Κ, Λ της διαγωνίου του ΒΔ, τέτοια ώστε να ισχύει $BK=KL=LD$.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΚΓΛ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι, αν το αρχικό παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι ρόμβος, τότε και το ΑΚΓΛ είναι ρόμβος.

(Μονάδες 8)

γ) Ποιά πρέπει να είναι η σχέση των διαγωνίων του αρχικού παραλληλογράμμου ΑΝΓΔ, ώστε το ΑΚΓΛ να είναι ορθογώνιο. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

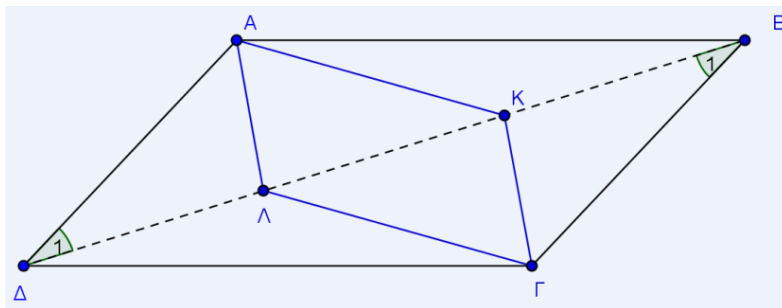
(Μονάδες 7)

Λύση:

α) Το τρίγωνο ΒΚΓ και ΑΛΔ είναι ίσα διότι έχουν $BΓ=AΔ$, $BK=AL$ και $\hat{B}_1 = \hat{A}_1$. Οπότε $ΚΓ=ΑΛ$ και $\hat{B}\hat{K}\hat{G} = \hat{A}\hat{L}\hat{D}$. Αλλά και τα παραπληρώματά τους θα είναι ίσα. Δηλαδή $\hat{L}\hat{K}\hat{G} = \hat{A}\hat{L}\hat{K}$ που σημαίνει $ΑΛ // ΚΓ$ και επειδή $ΚΓ=ΑΛ$ το ΑΚΓΛ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Αν το ΑΒΓΔ ήταν ρόμβος θα είχε κάθετες διαγώνιες επομένως και το ΑΚΓΛ θα είχε κάθετες διαγώνιες άρα θα ήταν ρόμβος.

γ) Αν το ΑΚΓΛ είναι ορθογώνιο τότε $ΛΟ = \frac{ΒΔ}{3}$. Οπότε $\frac{ΒΔ}{3} = \frac{ΑΓ}{2}$ ή $ΑΓ = \frac{2}{3}ΒΔ$



Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.