

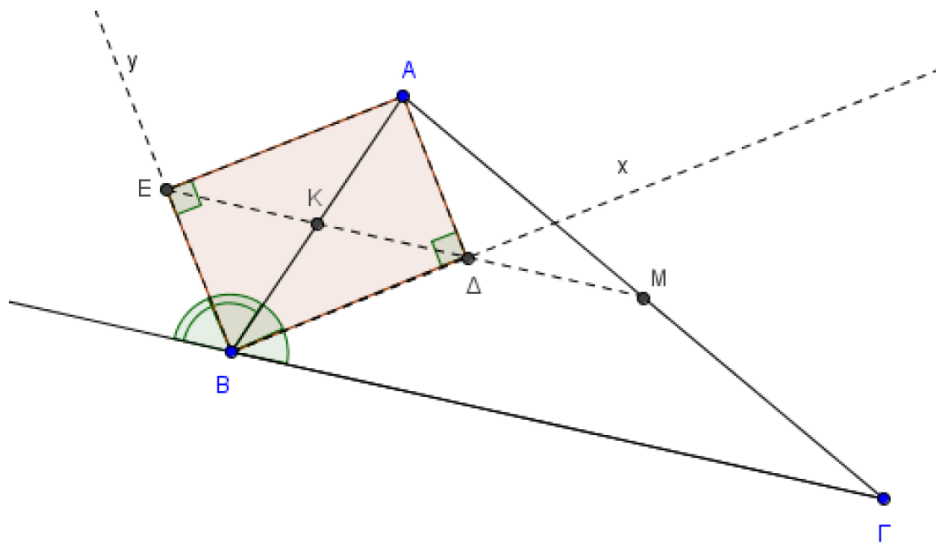
**Τράπεζα Θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου**

**Θέμα 4**

**GI\_A\_GEO\_4\_4650**

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$ , η διχοτόμος  $Bx$  της γωνίας  $B$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  και η διχοτόμος  $By$  της εξωτερικής γωνίας  $B$ . Αν  $\Delta$  και  $E$  είναι οι προβολές της κορυφής  $A$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  στην  $Bx$  και  $By$  αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο  $A\Delta BE$  είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 7)
- β) Η ευθεία  $E\Delta$  είναι παράλληλη προς τη  $B\Gamma$  και διέρχεται από το μέσο  $M$  της  $A\Gamma$ . (Μονάδες 10)
- γ) Το τετράπλευρο  $KM\Gamma B$  είναι τραπέζιο και η διάμεσός του είναι ίση με  $\frac{3\alpha}{4}$ , όπου  $\alpha = B\Gamma$ . (Μονάδες 8)



**Λύση:**

**α)** Η γωνία  $\hat{E}\hat{B}\hat{\Delta} = 90^\circ$ , επομένως  $AE \parallel B\Delta$  ως κάθετες στην ίδια ευθεία  $By$ ,  $AB \parallel A\Delta$  ως κάθετες στην ίδια ευθεία  $Bx$  και επειδή το παραλληλόγραμμο έχει και μια γωνία ορθή είναι ορθογώνιο.

**β)** Η γωνία  $\hat{K}_1 = \hat{B}_1 + \hat{\Delta}_1 = 2\hat{B}_1 = \hat{B}$ . Επομένως  $\hat{K}_1 = \hat{B}$  οπότε  $OK \parallel B\Gamma$  διότι οι εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες είναι ίσες. Επειδή η  $K\Delta$  είναι παράλληλη με τη  $B\Gamma$  και περνά

από το μέσο Κ της ΑΒ θα περνά και από το μέσο της ΑΓ, δηλαδή το Μ είναι μέσο της ΑΓ

γ) Αφού  $KM \parallel B\Gamma$  το τετράπλευρο είναι τραπέζιο. Αν  $\delta$  η διάμεσος του τραpezίου

$$\text{ισχύει: } \delta = \frac{B\Gamma + \frac{B\Gamma}{2}}{2} = \frac{\frac{3B\Gamma}{2}}{2} = \frac{3B\Gamma}{4} \text{ και αν } B\Gamma = \alpha, \delta = \frac{3\alpha}{4}$$

**Επιμέλεια:** Βασίλης Τσιλιβής - Μαθηματικός