Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_4648**

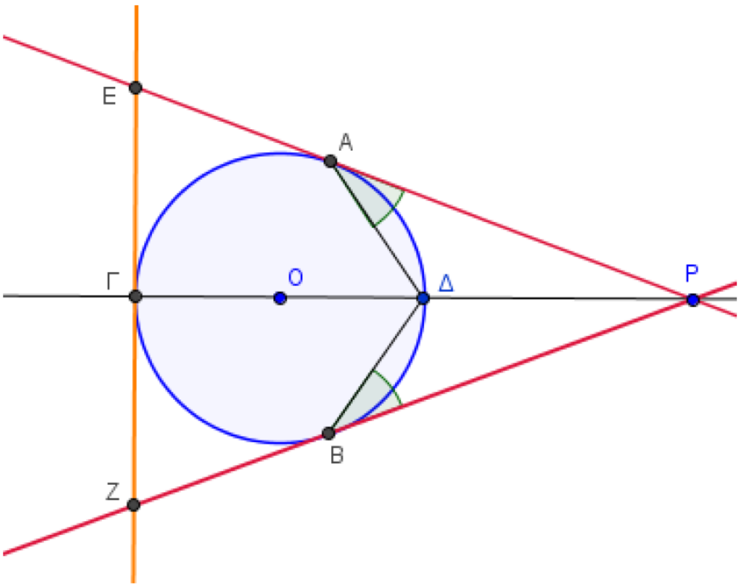
Από εξωτερικό σημείο Ρ ενός κύκλου κέντρου Ο φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΡΑ, ΡΒ και τη διακεντρική ευθεία ΡΟ που τέμνει τον κύκλο στα σημεία Δ και Γ αντίστοιχα. Η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ τέμνει τις προεκτάσεις των ΡΑ και ΡΒ στα σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) $\Delta\hat{A}P = \Delta\hat{B}P$ (Μονάδες 8)

β) ΕΑ=ΖΒ (Μονάδες 9)

γ) Το τετράπλευρο ΑΒΖΕ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 8)



Λύση:

α) Η ΡΟ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{P}$, αποδεικνύεται εύκολα από τα ίσα ορθογώνια τρίγωνα ΟΑΡ και ΟΒΡ. Επίσης $P\hat{\Delta}A = P\hat{\Delta}B$, γιατί έχουν ΡΔ κοινή, ΡΑ=ΡΒ και $\hat{P}_1 = \hat{P}_2$, επομένως $P\hat{A}\Delta = P\hat{B}\Delta$

β) Επειδή $P\Gamma \perp EZ$ και ΡΓ διχοτόμος της γωνίας $\hat{P}$, το τρίγωνο ΡΖΕ είναι ισοσκελές, οπότε ΡΕ=ΡΖ και επειδή ΡΑ=ΡΒ, έχουμε ΡΑ+ΑΕ=ΡΒ+ΒΖ $\Rightarrow$ ΑΕ=ΒΖ.

γ) Η ΡΓ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{P}$, οπότε είναι και ύψος του ΡΑΒ, άρα θα είναι κάθετος στην ΑΒ, αλλά $ΡΓ \perp ΕΖ$, οπότε το ΑΒΖΕ είναι τραπέζιο γιατί έχει δύο πλευρές παράλληλες.

<u>**Επιμέλεια**</u>**: Βασίλης Τσιλιβής - Μαθηματικός**