Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_4646**

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\overset{\Delta}{\mathrm{AB\Gamma}}$ ($\hat{\mathrm{A}} = 90^o$) και $\hat{\Gamma} = 30^o$ με Μ και Ν τα μέσα των πλευρών ΒΓ και ΑΒ αντίστοιχα. Έστω ότι η μεσοκάθετος της πλευράς ΒΓ τέμνει την ΑΓ στο σημείο Ε.

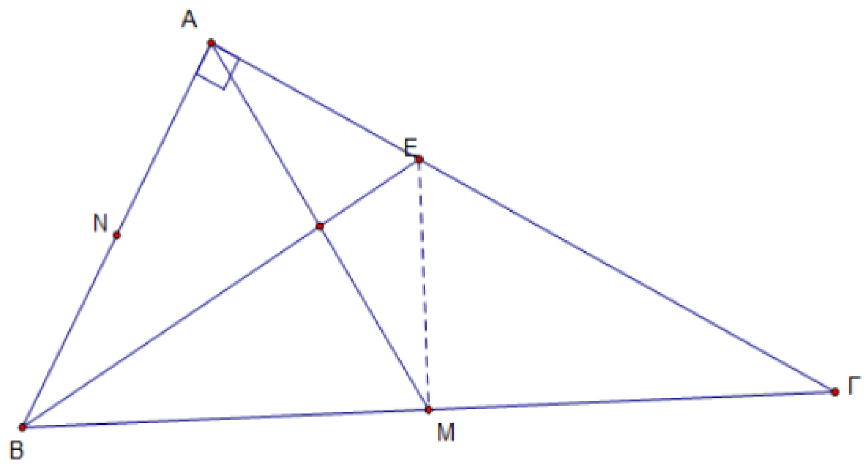
α) Να αποδείξετε ότι:

i) η ΒΕ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{\mathrm{B}}$. (Μονάδες 6)

ii) $\mathrm{AE} = \dfrac{\Gamma\mathrm{E}}{2}$. (Μονάδες 6)

iii) η ΒΕ είναι μεσοκάθετος της διαμέσου ΑΜ. (Μονάδες 7)

β) Αν ΑΔ είναι το ύψος του τριγώνου $\overset{\Delta}{\mathrm{AB\Gamma}}$ που τέμνει την ΒΕ στο Η, να αποδείξετε ότι τα σημεία Μ, Η και Ν είναι συνευθειακά. (Μονάδες 6)

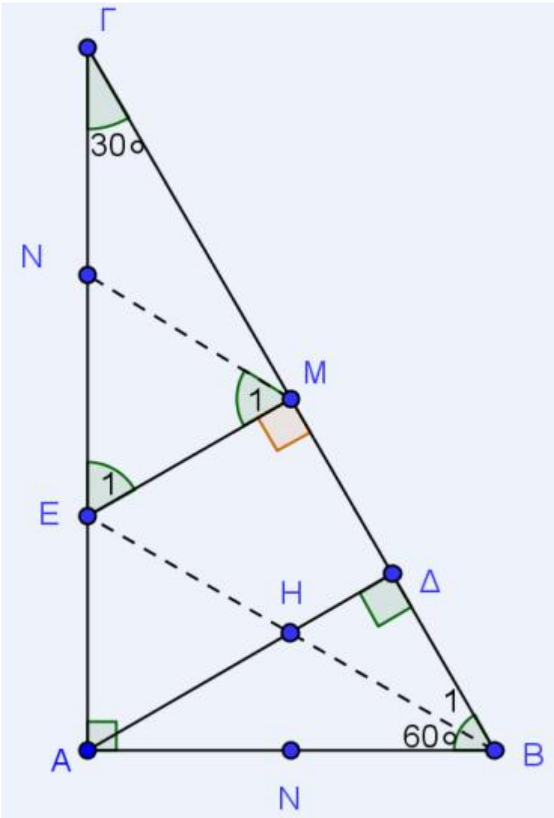


Λύση:

α) i) Επειδή ΕΜ μεσοκάθετος στη ΒΓ, το τρίγωνο ΕΓΒ είναι ισοσκελές άρα $\hat{\Gamma} = \hat{B}_1 = 60^\circ$ και επειδή $\hat{B} = 60$ συνάγεται ότι $E\hat{B}A = 30^\circ$ οπότε η ΒΕ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{\mathrm{B}}$.

ii) Το τρίγωνο ΓΜΕ είναι ορθογώνιο στο Μ οπότε η γωνία $\hat{E}_1 = 60^\circ$ και αν ΜΝ η διάμεσος ΜΝ=ΝΕ, άρα $E_1 = M_1 = 60^\circ$. Οπότε το τρίγωνο ΜΝΕ είναι ισόπλευρο, οπότε $EM = NM = \frac{E\Gamma}{2}$ και επειδή ΕΜ=ΕΑ έχουμε $EA = \frac{E\Gamma}{2}$.

β) Στο τρίγωνο ΑΜΒ που είναι ισόπλευρο η ΑΔ είναι ύψος, άρα και διάμεσος, η ΜΝ είναι διάμεσος και η ΕΒ διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$, άρα περνά από το μέσο της ΑΜ. Επομένως οι διάμεσες συντρέχουν στο Η. Επομένως τα Μ, Η, Ν βρίσκονται στην ίδια ευθεία.



Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.