

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_4640

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνίες B και Γ οξείες και Δ , M και E τα μέσα των πλευρών του AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Στις μεσοκάθετες των AB και $B\Gamma$ και εκτός του τριγώνου $AB\Gamma$ θεωρούμε σημεία Z και H αντίστοιχα, τέτοια ώστε $DZ = \frac{AB}{2}$

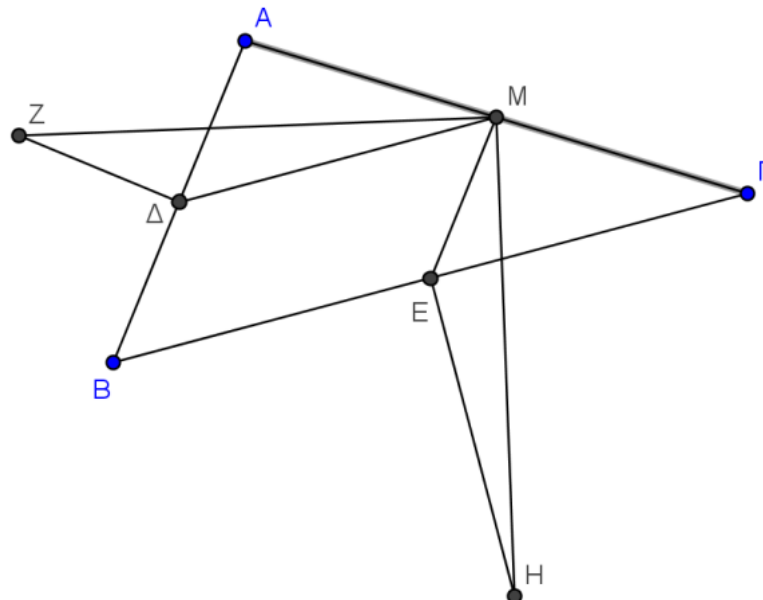
και $EH = \frac{B\Gamma}{2}$.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. Το τετράπλευρο $B\Delta ME$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 5)
- ii. Τα τρίγωνα $Z\Delta M$ και EMH είναι ίσα. (Μονάδες 10)

β) Αν τα σημεία Z , Δ , E είναι συνευθειακά, να αποδείξετε ότι η γωνία $A=90^\circ$.

(Μονάδες 10)



Λύση:

α) i. Στο τρίγωνο ABΓ τα σημεία Δ, Μ είναι μέσα των πλευρών AB και AΓ αντίστοιχα.

Επομένως για το ευθύγραμμο τμήμα ΔΜ που ενώνει τα μέσα των πλευρών, έχουμε:

$$\Delta M // = \frac{B\Gamma}{2} // = BE, \text{ επομένως } B\Delta M E \text{ παραλληλόγραμμο.}$$

ii. από το i. έχουμε ότι απέναντι πλευρές ίσες $\Delta M = BE = EH$ και

$$Z\Delta = \Delta B = ME$$

$$\hat{A}\hat{\Delta M} = \hat{B} \text{ (ως εντός-εκτός και επί τα αυτά)}$$

$$\hat{Z}\hat{\Delta M} = 90^\circ + \hat{A}\hat{\Delta M} = 90^\circ + \hat{M}\hat{E}\hat{\Gamma} = \hat{M}\hat{E}\hat{H}$$

$$\text{άρα: } \hat{Z}\hat{\Delta M} = \hat{M}\hat{E}\hat{H} \text{ (π-γ-π)}$$

β) Θα είναι $\hat{A}\hat{\Delta E} = 90^\circ$ και επειδή Δ, Ε μέσα των AB, BΓ θα είναι $\Delta E // = \frac{A\Gamma}{2} // = AM$,
άρα παραλληλόγραμμο ορθογώνιο.

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσσης - Μαθηματικός