

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_4635

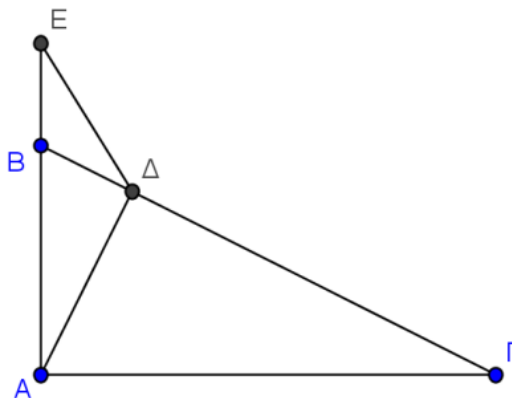
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με τη γωνία Α ορθή και $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$. Φέρουμε το ύψος του ΑΔ και σημείο Ε στην προέκταση της ΑΒ τέτοιο ώστε $BE = B\Delta$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΒΔΕ. (Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι:

i. $BE = \frac{AB}{2}$ (Μονάδες 8)

ii. $AE = \Gamma\Delta$ (Μονάδες 8)



Λύση:

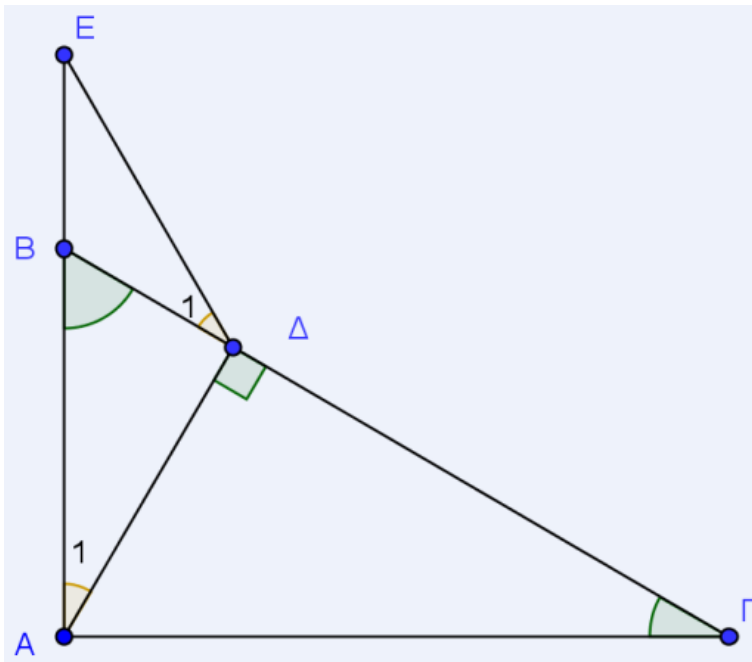
α) Επειδή $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} + \hat{\Gamma} = 90^\circ$, από την υπόθεση $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$ έχουμε $3\hat{\Gamma} = 90^\circ \Rightarrow \hat{\Gamma} = 30^\circ$, οπότε $\hat{B}_{εξ} = 120^\circ$ και επειδή το τρίγωνο ΒΕΔ είναι ισοσκελές η $\hat{E} = \hat{\Delta}_1$. Αλλά $\hat{E} + \hat{\Delta}_1 = 60^\circ$, οπότε $\hat{E} = \hat{\Delta}_1 = 30^\circ$.

β) i. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΔAB η γωνία $\hat{A}_1 = 30^\circ$ οπότε η πλευρά που είναι απέναντι της είναι το μισό της υποτείνουσας, δηλαδή $B\Delta = \frac{AB}{2} \stackrel{B\Delta=BE}{\Rightarrow} BE = \frac{AB}{2}$.

ii. Από το ορθογώνιο $AB\Gamma$ επειδή $\hat{\Gamma} = 30^\circ \Rightarrow AB = \frac{B\Gamma}{2}$ ή $AB = \frac{B\Delta + \Delta\Gamma}{2}$ ή

$2AB = B\Delta + \Delta\Gamma$ και επειδή $B\Delta = \frac{AB}{2}$ έχουμε

$4B\Delta = B\Delta + \Delta\Gamma \Rightarrow 3B\Delta = \Delta\Gamma \stackrel{B\Delta=BE}{\Rightarrow} 3BE = \Delta\Gamma \Rightarrow 2BE + BE = \Delta\Gamma$ (αλλά $2BE = AB$)
οπότε $AB + BE = \Delta\Gamma$ ή $AE = \Delta\Gamma$.



Ευχαριστούμε για την επίλυση τον αγαπητό, από τα παλιά, δάσκαλο Πολύδωρο Γεωργιακάκη.