

Τράπεζα Θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

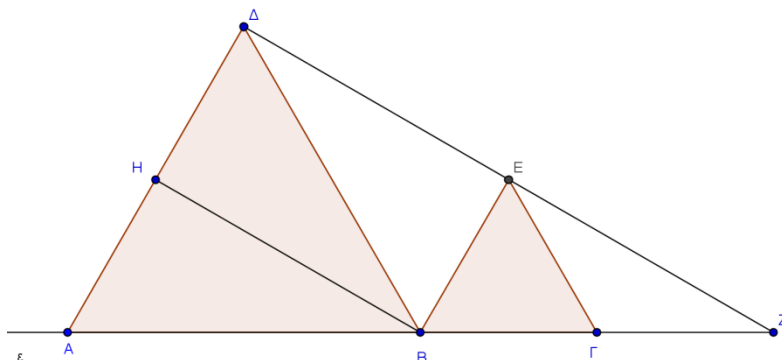
GI_A_GEO_4_4626

Σε μια ευθεία (ε) θεωρούμε διαδοχικά τα σημεία A, B, Γ έτσι ώστε $AB = 2 B\Gamma$ και στο ίδιο ημιεπίπεδο θεωρούμε ισόπλευρα τρίγωνα $AB\Delta$ και $B\Gamma E$. Αν H είναι το μέσο του $A\Delta$ και η ευθεία ΔE τέμνει την ευθεία (ε) στο σημείο Z να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $BH\Delta E$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 8)
- β) Το τρίγωνο $\Gamma Z E$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)
- γ) Το τετράπλευρο $HE\Gamma A$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 9)

Λύση:

α) Είναι $\hat{B}_1 = \hat{\Delta}_1 = 60^\circ$,
 άρα $BE \parallel H\Delta$. Είναι
 όμως και
 $EB = H\Delta = \frac{AB}{2}$, άρα το
 τετράπλευρο $HBE\Delta$
 είναι
 παραλληλόγραμμο
 και επειδή $\hat{H} = 90^\circ$
 είναι και ορθογώνιο.



β) Η γωνία $\hat{E}_1 = 30^\circ$, διότι $B\hat{E}Z = 90^\circ$ και $B\hat{E}\Gamma = 60^\circ$. Η $\hat{Z} = 30^\circ$, διότι η εξωτερική $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $E\Gamma Z$ είναι 60° . Άρα το τρίγωνο $E\Gamma Z$ είναι ισοσκελές.

γ) Η γωνία $\Delta\hat{H}E = \hat{\Delta}_1 = 60^\circ = \hat{A}$, άρα $HE \parallel AZ$ γιατί έχουν τις εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες ίσες. Επειδή και $HA = E\Gamma$ εξ υποθέσεως το τραπέζιο είναι ισοσκελές.

Επιμέλεια: Βασίλης Τσιλιβής - Μαθηματικός