Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_4622**

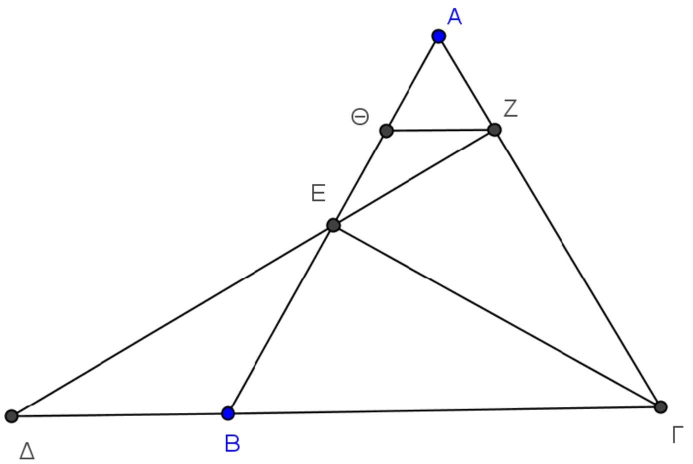
Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ και το ύψος του ΓΕ. Στην προέκταση της ΓΒ (προς το Β) θεωρούμε σημείο Δ τέτοιο ώστε ΒΔ = $\frac{ΒΓ}{2}$. Αν η ευθεία ΔΕ τέμνει την ΑΓ στο Ζ και ΖΘ // ΒΓ:

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΒΔΕ είναι ισοσκελές και το τρίγωνο ΑΘΖ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 10)

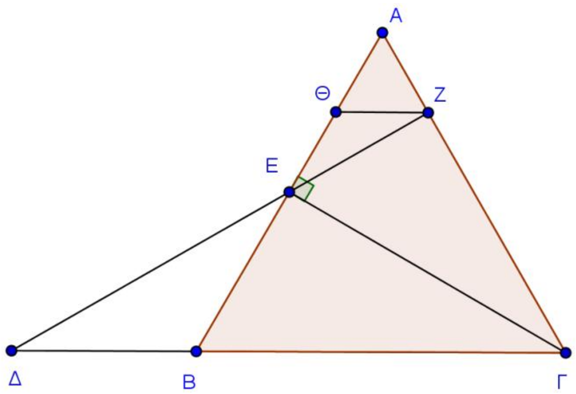
β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΘΕΖ. (Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι ΑΕ = 2 ΘΖ. (Μονάδες 5)

δ) Να αποδείξετε ότι 3ΑΒ = 4ΘΒ. (Μονάδες 5)



Λύση:



α) Επειδή ΓΕ μεσοκάθετος στην ΑΒ, θα είναι: $ΒΕ = ΒΔ = \frac{ΒΓ}{2}$, άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές. Επειδή $ΘΖ \| ΒΓ$ ή $\hat{Β} = \hat{Θ} = 60^\circ$ εντός εκτός και επί τα αυτά ή $\hat{Α} = 60^\circ$, οπότε και η $\hat{Ζ} = 60^\circ$ και το ΑΘΖ είναι ισόπλευρο.

β) Η γωνία $Ζ\hat{Θ}Ε = 180^\circ + 60^\circ = 120^\circ$. Η εξωτερική $\hat{Θ}_{εξ}$ του τριγώνου ΘΕΖ είναι:

$\hat{\Theta}_{\varepsilon\xi} = 60^\circ = 2\hat{E} = 2\hat{Z}$, διότι $\hat{E} = \hat{Z}$ άρα $\hat{E} = \hat{Z} = 30^\circ$.

γ) Η γωνία $A\hat{Z}E = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$, οπότε το τρίγωνο ΕΖΑ είναι ορθογώνιο η ΖΘ διάμεσος, συνεπώς ισχύει $Z\Theta = \frac{AE}{2} \Rightarrow AE = 2\Theta Z$

δ) $4\Theta B = 4EB + 4E\Theta = 2EB + 2EB + 2\Theta E + 2\Theta E = AB + AB + AE + AE = 2AB + AB = AB$

<u>Επιμέλεια</u>: Βασίλης Τσιλιβής - Μαθηματικός