

Τράπεζα Θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_4611

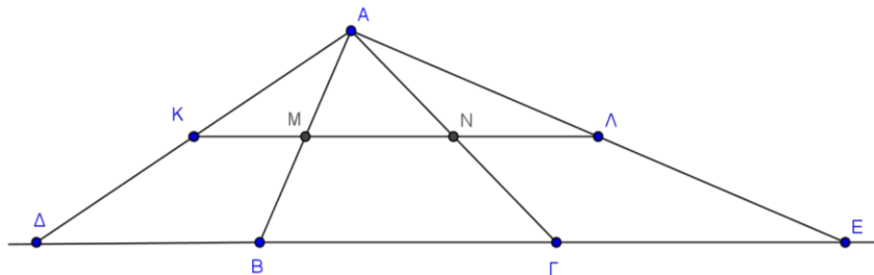
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και στην προέκταση της ΓB (προς το B) θεωρούμε σημείο Δ τέτοιο ώστε $B\Delta = AB$ ενώ στην προέκταση της $B\Gamma$ (προς το Γ) θεωρούμε σημείο E τέτοιο ώστε $\Gamma E = \Gamma A$.

Αν οι εξωτερικοί διχοτόμοι των γωνιών B και Γ τέμνουν τις $A\Delta$ και AE στα σημεία K και Λ αντίστοιχα, και η $K\Lambda$ τέμνει τις AB και $A\Gamma$ στα σημεία M και N αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) Τα σημεία K και Λ είναι μέσα των $A\Delta$ και AE αντίστοιχα. (Μονάδες 8)

β) Τα τρίγωνα KMA και $AN\Lambda$ είναι ισοσκελή. (Μονάδες 9)

γ) $K\Lambda = \frac{AB + A\Gamma + B\Gamma}{2}$ (Μονάδες 8)



Λύση:

α) Επειδή το τρίγωνο $AB\Delta$ είναι ισοσκελές και MBK διχοτόμος της $A\hat{B}\Delta$ θα είναι και διάμεσος, συνεπώς το K είναι μέσο της $A\Delta$. Όμοια επειδή το τρίγωνο $A\Gamma E$ θα είναι και διάμεσος άρα το Λ είναι μέσο της AE .

β) Επειδή K και Λ είναι μέσα των πλευρών $A\Delta$ και του τριγώνου $A\Delta E$, η $K\Lambda$ θα περνά από τα μέσα M και N των $A\Gamma$ και AB θα είναι παράλληλη με την ΔE και ίση με το μισό της. Στο τρίγωνο KMA η $KM = \frac{\Delta B}{2} = \frac{AB}{2} = AM$, επομένως είναι ισοσκελές με $NA = N\Lambda$.

γ) Από το (β) ερώτημα η $K\Lambda = \frac{\Delta E}{2} = \frac{\Delta B + B\Gamma + \Gamma E}{2} = \frac{AB + B\Gamma + A\Gamma}{2}$.

Επιμέλεια: Ευαγγελία Τσιώκου - Μαθηματικός