Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

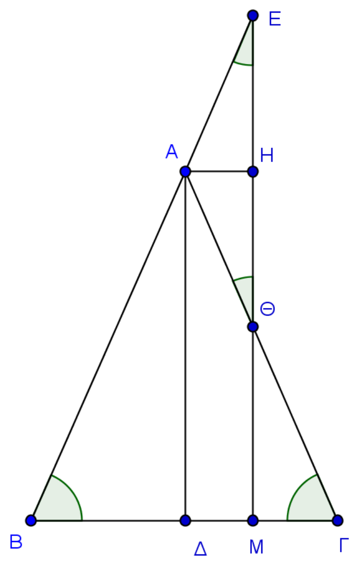
Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_4603**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ), και τυχαίο σημείο Μ της πλευράς ΒΓ. Από το σημείο Μ φέρουμε ευθεία κάθετη στην πλευρά ΒΓ που τέμνει τις ευθείες ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Ε και Θ αντίστοιχα. Αν ΑΔ και ΑΗ τα ύψη των τριγώνων ΑΒΓ και ΑΘΕ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) $\Delta\hat{A}H = 90^o$. (Μονάδες 8)

β) Το τρίγωνο ΑΘΕ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)

γ) ΜΘ+ΜΕ = 2ΑΔ. (Μονάδες 9)



Λύση:

α) Είναι $AH \perp \Theta E$, $B\Gamma \perp EM$ άρα $AH // \Delta M$. Όμοια $A\Delta \perp B\Gamma$ και $HM \perp B\Gamma$, άρα $A\Delta // HM$. Οπότε το ΑΗΔΜ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Επομένως $\Delta\hat{A}H = 90^\circ$.

β) Η γωνία $\hat{\Delta}_1 = \hat{B}$, η $\hat{A}_2 = \hat{\Gamma}$ και επειδή $\hat{B} = \hat{\Gamma}$, έχουμε ότι η ΑΗ είναι διχοτόμος της γωνίας $E\hat{A}\Delta$ και ύψος του τριγώνου ΕΑΘ, άρα είναι και μεσοκάθετος , οπότε ΑΕ=ΑΘ.

γ) Έχουμε ΜΘ+ΜΕ=ΜΗ-ΗΘ+ΜΗ+ΗΕ=ΜΗ+ΜΗ=2ΑΔ.

Επιμέλεια: Βασίλης Τσιλιβής - Μαθηματικός