Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4 **GI_A_GEO_4_4593**

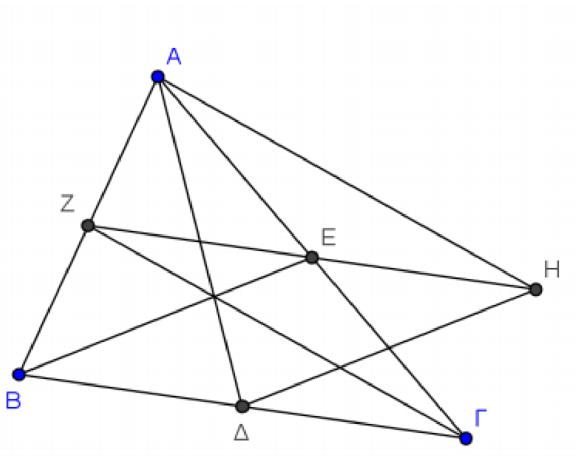
Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και οι διάμεσοί του ΑΔ, ΒΕ και ΓΖ. Προεκτείνουμε το τμήμα ΖΕ (προς το Ε) κατά τμήμα ΕΗ = ΖΕ.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΕΗΔΒ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 8)

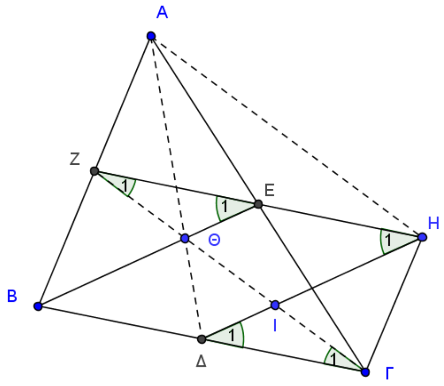
β) Η περίμετρος του τριγώνου ΑΔΗ είναι ίση με το άθροισμα των διαμέσων του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 9)

γ) Οι ευθείες ΒΕ και ΔΗ τριχοτομούν το τμήμα ΖΓ. (Μονάδες 8)



Λύση:

α) Είναι $EH//=B\Delta,$ διότι η $ZE//=\frac{B\Gamma}{2}=B\Delta$ (επειδή το Ζ και Ε είναι μέσα των πλευρών ΑΓ και ΑΒ) . Επομένως το ΕΗΔΒ είναι παραλληλόγραμμο.



β) Είναι $A\Delta+\Delta H+HA=A\Delta+BE+\Gamma Z$ επειδή $\Delta H=BE$ και $AH=Z\Gamma$ επειδή ΖΓΗΛ είναι παραλληλόγραμμο.

γ) Τα τρίγωνα ΔΙΓ και ΖΘΕ είναι ίσα, διότι έχουν: $\Delta\Gamma=ZE$, $\hat{\Gamma}_1=\hat{Z}_1$, εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΖΕ και ΔΓ που τέμνονται από την ΖΓ.

$\hat{\Delta}_1=\hat{E}_1$, διότι $\hat{E}_1=\hat{H}_1$ ως εντός εκτός των παραλλήλων ΒΕ και ΔΗ τεμνόμενων από την ΕΗ και $\hat{H}_1=\hat{\Delta}_1$ ως εντός εναλλάξ. Επομένως $I\Gamma=\Theta Z$.
Στο τρίγωνο ΓΕΒ η $\Delta H // BE$ και επειδή περνά από το μέσο Δ της ΒΓ θα περνά και από το μέσο Ι της ΑΘ, συνεπώς $\Theta I=I\Gamma$.

Τελικά οι ευθείες ΒΕ και ΔΗ τριχοτομούν την ΖΓ.

Επιμέλεια: Πολύδωρος Γεωργιακάκης - Μαθηματικός