

## Τράπεζα Θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

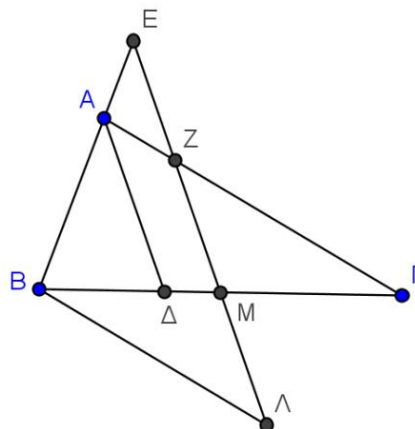
### Θέμα 4

GI\_A\_GEO\_4\_4583

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB < A\Gamma$ , η διχοτόμος του  $A\Delta$  και ευθεία  $(\epsilon)$  παράλληλη από το  $B$  προς την  $A\Gamma$ . Από το μέσο  $M$  της  $B\Gamma$  φέρουμε ευθεία παράλληλη στην  $A\Delta$  η οποία τέμνει την  $A\Gamma$  στο σημείο  $Z$ , την ευθεία  $(\epsilon)$  στο σημείο  $\Lambda$  και την προέκταση της  $BA$  στο σημείο  $E$ .

Να αποδείξετε ότι:

- α) Τα τρίγωνα  $AEZ$  και  $B\Lambda E$  είναι ισοσκελή. (Μονάδες 8)
- β)  $B\Lambda = \Gamma Z$ . (Μονάδες 9)
- γ)  $AE = A\Gamma - B\Lambda$ . (Μονάδες 8)



### Λύση:

α)  $\hat{E} = \hat{A}_2$  εντός εκτός,  $\hat{Z} = \hat{A}_1$  εντός εναλλάξ και επειδή  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ , διότι  $A\Delta$  διχοτόμος της  $\hat{A}$  έχουμε  $\hat{E} = \hat{Z}$ , οπότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές με  $AE = AZ$ . Για το τρίγωνο  $B\Lambda E$  έχουμε  $\hat{\Lambda} = \hat{Z}$  ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων  $A\Gamma$  και  $B\Lambda$  που τέμνονται από την  $E\Lambda$ , αλλά  $\hat{Z} = \hat{E}$  από (α), οπότε  $\hat{E} = \hat{\Lambda}$  και το τρίγωνο είναι ισοσκελές, δηλαδή  $BE = B\Lambda$ .

β) Τα τρίγωνα  $M\Lambda B$  και  $MZ\Lambda$  είναι ίσα, διότι  $BM = M\Gamma$ , διότι  $M$  μέσο της  $B\Gamma$ . Γωνίες στο  $M$  ίσες ως κατακορυφήν και  $\hat{\Gamma} = \hat{M}\Lambda B$  ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων  $B\Lambda$  και  $A\Gamma$  τεμνόμενων από την  $B\Gamma$ , άρα και ίσα, οπότε  $B\Lambda = Z\Gamma$ .

γ)  $A\Gamma - B\Lambda = AZ + Z\Gamma - B\Lambda = AZ = AE$

**Επιμέλεια:** Βασίλης Τσιλιβής - Μαθηματικός