

Τράπεζα Θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

GI_A_GEO_4_4567

Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ και εντός αυτού ισόπλευρο τρίγωνο ΜΒΓ. Αν η προέκταση της ΑΜ τέμνει την ΒΔ στο σημείο Ε, να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{\Delta} \hat{A} E = 15^\circ$.

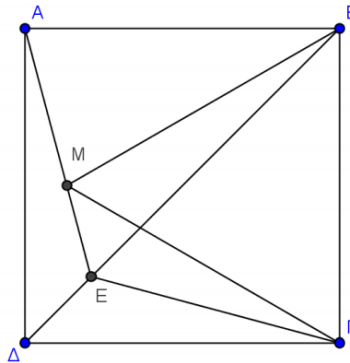
(Μονάδες 8)

β) Τα τρίγωνα ΔΑΕ και ΔΕΓ είναι ίσα.

(Μονάδες 8)

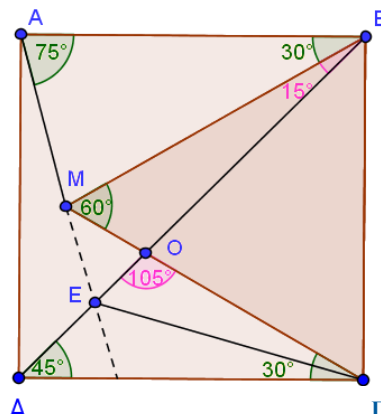
γ) Η ΓΕ είναι διχοτόμος της γωνίας ΔΓΜ.

(Μονάδες 9)



Λύση:

α) Έχουμε διαδοχικά $\hat{\Delta}_1 = 45^\circ$, $\hat{\Delta} \hat{G} O = 80^\circ$, $\hat{\Delta} \hat{O} \hat{G} = 105^\circ$, $\hat{M} \hat{O} \hat{B} = 105^\circ$, $\hat{O} \hat{M} \hat{B} = 60^\circ$, $\hat{O} \hat{B} \hat{M} = 15^\circ$, $\hat{A} \hat{B} \hat{M} = 30^\circ$ και επειδή $BA=BM$, $\hat{B} \hat{A} \hat{M} = \hat{B} \hat{M} \hat{A} = 75^\circ$. Οπότε $\hat{\Delta} \hat{A} E = 15^\circ$.



β) Τα τρίγωνα ΔΑΕ και ΔΕΓ έχουν ΔΕ κοινή $AD=ΔΓ$ και $\hat{A}\hat{Δ}E = \hat{E}\hat{Δ}Γ = 45^\circ$. Άρα είναι ίσα οπότε $AE=ΓE$ και $\hat{Δ}\hat{Γ}E = \hat{Δ}\hat{A}E = 15^\circ$.

γ) Η γωνία $\hat{Δ}\hat{Γ}O = 30^\circ$ και επειδή $\hat{Δ}\hat{Γ}E = 15^\circ$ θα είναι $\hat{E}\hat{Γ}O = 15^\circ$. Δηλαδή ΓE διχοτόμος της γωνίας $\hat{Δ}\hat{Γ}O$.

Επιμέλεια: Βασίλης Τσιλιβής - Μαθηματικός