

Τράπεζα θεμάτων Γεωμετρίας Α' Λυκείου

Θέμα 4

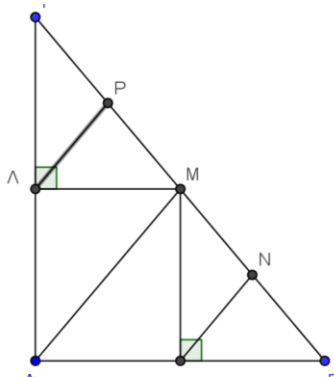
GI_A_GEO_4_4565

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με τη γωνία A ορθή και AM η διάμεσός του. Από το M φέρουμε MK κάθετη στην AB και ML κάθετη στην $A\Gamma$. Αν N, P είναι τα μέσα των BM και ΓM αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{NKM} = \hat{NMK}$ (Μονάδες 7)

β) Η MK είναι διχοτόμος της γωνίας NMA . (Μονάδες 9)

γ) $AM = KN + LP$. (Μονάδες 9)



Λύση:

α) Το τρίγωνο MKB είναι ορθογώνιο η KN διάμεσος, επομένως $KN = \frac{MB}{2} = MG$, οπότε το τρίγωνο MKN είναι ισοσκελές με $MN = NK$ και $\hat{NKM} = \hat{NMK}$.

β) Επειδή AM είναι διάμεσος του ορθογώνιου τριγώνου $AB\Gamma$ θα ισχύει $AM = \frac{B\Gamma}{2} = MB$, οπότε MK είναι ύψος του τριγώνου αλλά γνωρίζουμε και ότι είναι και διχοτόμος και διάμεσος.

γ) Η ΛΡ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΑΓ και ΓΜ του τριγώνου ΓΑΜ επομένως θα είναι ίση
 $AP = \frac{AM}{2}$ (1). Όμοια η ΚΝ ενώνει τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΒΜ του τριγώνου ΑΒΜ
οπότε θα είναι $KN = \frac{AM}{2}$ (2). Προσθέτουμε τις (1) και (2) και έχουμε
 $AP + KN = \frac{AM}{2} + \frac{AM}{2} = AM.$

Επιμέλεια: Βασίλης Τσιλιβής - Μαθηματικός